Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 37 (1938)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: S. Stoïlow. — Leçons sur les Principes topologiques de la Théorie des Fonctions analytiques professées à la Sorbonne et à l'Université de Cernauti (Collection de Monographies Em. Borel). — Un volume gr. in-8° de x-148 pages. Prix: 60 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ou à ceux de la Théorie du trièdre mobile à moins qu'on ne préfère les rapprocher des symboles de Riemann nés de la non-permutabilité des dérivées covariantes.

Mais, de toutes façons, l'intérêt est immense. Les faits ici, comme dans les travaux de M. Elie Cartan, sont les transformations et non les objets transformés. Et, quant à la peinture des transformations, le tempérament personnel intervient et peut donner des coloris extrêmement divers. La symétrie et l'esthétique sont particulièrement admirables. Les substitutions ont leurs intégrales curvilignes, leurs lacets, leurs surfaces de Riemann, leurs résidus. Le théorème de Cauchy s'étend alors aux équations différentielles linéaires conformément aux idées de L. Fuchs mais avec un aspect beaucoup plus simple que celui de l'appareil fuchséen.

Les transformations fonctionnelles conduisent aux équations intégrales. Il convient de signaler particulièrement l'équation de Chapman, accompagnée de tout un symbolisme itératif qui change des solutions d'une première équation en d'autres solutions appartenant à celle-ci ou à des équations de structure voisine.

Au fond, les auteurs n'ont point renoncé aux procédés d'autrefois; les méthodes ensemblistes actuelles n'interviennent guère. Les esprits qui ne peuvent se plier à ces dernières — il y en a — trouveront ici une analyse élevée mais de facture particulièrement classique.

Une bibliographie, qui ne comprend pas moins de 35 citations commentées, termine ces belles pages avec nombre de noms français: Appell, Picard, Fréchet, Hadamard, Tannery et Molk. J'aimerais, comme plus haut, à y ajouter Elie Cartan. Et je crois que l'intérêt augmenterait encore si l'on tentait d'établir des comparaisons avec le livre dont l'analyse est faite plus haut dans cette même Bibliographie. Mais n'est-ce pas une chose qui se fera d'elle-même ? A. Buhl (Toulouse).

S. Stoïlow. — **Leçons sur les Principes topologiques de la Théorie des Fonctions analytiques** professées à la Sorbonne et à l'Université de Cernauti (Collection de Monographies Em. Borel). — Un volume gr. in-8° de x-148 pages. Prix: 60 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Ici les méthodes ensemblistes interviennent. C'est même l'essentiel. Au point de vue bibliographique nous pourrons être bref et renvoyer le lecteur à un article de M. B. de Kerékjártó, *Sur la structure des transformations topologiques des surfaces en elles-mêmes*, article publié dans *L'Enseignement mathématique* (**25,** 1936, p. 297). C'est, au moins, l'une des faces de la question traitée par M. Stoïlow.

L'homéomorphie de deux surfaces, transformées l'une en l'autre, n'intéresse pas précisément les surfaces transformées; tout l'intérêt est dans le procédé de transformation. Soulignons, une fois de plus, que c'est là l'esprit moderne qui ne s'attache qu'à l'évolution des choses et non à un substratum qui ne leur est probablement prêté que par un travers de notre esprit.

Les surfaces de Riemann semblent bien être de naissance algébrique; elles ont grandi et s'épanouissent maintenant dans le domaine analytique, traduisant toutes les singularités comme toutes les généralités fonctionnelles nées parfois, comme le théorème de M. Picard, sous des aspects qui pouvaient sembler, au début, étrangers à la conception riemannienne.

Quant à l'ensemblisme, il n'est pas précisément exigé pour la question.

Il est la question même. On n'étudie pas les ensembles sans topologie et l'on ne fait pas de topologie sans ensembles. Ceux-ci interviennent même avec ce caractère paradoxal parfois suspect pour les uns, toujours séduisant pour les autres. M. Bouligand ne nous a-t-il pas rappelé, avec humour, dans sa *Géométrie infinitésimale directe* (p. 12), qu'il était permis d'admettre, avec Alfred de Musset, qu'une porte devait être ouverte ou fermée mais que cette nécessité ne s'imposait point aux ensembles. On pouvait encore croire que les ensembles, à la fois ouverts et fermés, sont des monstruosités, des choses exceptionnelles qui ne servent qu'à réjouir l'esprit spécialement ami du paradoxe. Pas du tout. Dans l'ouvrage de M. Stoïlow (p. 6), il faut les ensembles ouverts et fermés pour définir tout simplement l'espace *connexe*.

Plus loin, qui n'est pas prévenu ou entraîné est étonné du théorème de M. Brouwer qui n'exprime entre deux ensembles qu'une correspondance topologique de point intérieur à point intérieur. N'est-ce pas évident ? Non pas. Le théorème fait, au moins, partie de ces choses qui sont tellement fondamentales qu'il faut les examiner d'une manière particulièrement profonde si l'on ne veut ramener tout à une dangereuse intuition. D'ailleurs ce théorème a été préparé par René Baire et par M. Henri Lebesgue.

Les surfaces de Riemann sont « naturelles ». Elles représentent, par homéomorphie, la structure même du domaine analytique; le calcul, les considérations métriques peuvent n'intervenir qu'ensuite. Ce qui est mieux, c'est que les intelligences portées à examiner ainsi ledit domaine sont encore plutôt rares. Y en a-t-il, même, qui pourraient *commencer* par là ? Laissons cette troublante question. Mais il semble sûr qu'avec un certains acquis et au delà de certaines frontières, la vision topologique s'impose comme l'une des conditions du progrès.

A. Buhl (Toulouse).

Ernst Foradori. — **Grundgedanken der Teiltheorie.** — Un fascicule de IV-80 pages et 42 figures. Prix: RM. 4.80. S. Hirzel, Leipzig, 1937.

Fascicule captivant, assez inattendu, qui peut se rattacher, lui aussi, à la Topologie et qui essaie, non sans succès, de dégager de notions métriques les idées fondamentales de division, de partage, d'inclusion. Les groupes peuvent avoir des sous-groupes, les ensembles des sous-ensembles, tout ce qui peut réunir peut désunir. Si l'infini intervient, le paradoxe n'est pas loin. Certains esprits répugnent à admettre qu'un ensemble contenu dans un autre puisse cependant avoir même puissance. M. Ernst Foradori semble vouloir localiser de tels malaises, montrer comment ils peuvent se produire et être évités. Quand ils ne peuvent l'être, c'est qu'on se trouve dans des domaines qui ne sont point ceux de l'évaluation vulgaire.

Le continu peut être pourvu de singularités qui ne se retrouvent qu'incomplètement dans ses diverses parties. Une fragmentation habile peut aussi y faire apparaître des propriétés nouvelles de même que des coupures dans un morceau de littérature peuvent en changer le sens. On voit que les pensées fondamentales concernant le partage et la division ont, quand on le veut, une ampleur génératrice de bien des choses. Le schème géométrique peut être dépassé. Cependant il a été largement employé et l'auteur peut être suivi sans connaissances mathématiques élevées. L'exposé se termine avec un certain Principe de Dedekind et des considérations de continuité à placer, en effet, à la base de l'Analyse.

A. Buhl (Toulouse).