Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 37 (1938)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: O. Caratheodory. — Geometrische Optik (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, herausgegeben von der Schriftleitung des « Zentralblatt für Mathematik ». Vierter Band. Heft 5). — Un fascicule gr. in-8° de iv-106 pages et 11 figures. Prix: RM. 9.90 Julius Springer, 1937.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

pratique pour lequel « une belle application est plus importante qu'un long théorème d'existence ». Ces mots, entre guillements, sont extraits de la Préface du livre. Celui-ci est d'ailleurs dédié, par l'auteur, à sa fille Ingeburg, à l'occasion de ses noces. Et cette fille connaît assez bien le sujet pour avoir aidé son père, au moins quant à la correction des épreuves. Les équations intégrales se sont donc introduites non seulement dans le domaine technique mais encore dans l'intimité familiale. Et, de ce fait, elles sont devenues particulièrement avenantes.

La théorie est présentée comme une extension de celle des séries de Fourier. Elle est rattachée aux premiers essais d'Abel, Du Bois-Reymond, C. Neumann, H. Poincaré. Elle prend sa physionomie actuelle avec Fredholm, D. Hilbert, Erhard Schmidt. Nous avons eu ici l'occasion de signaler les ouvrages de Courant-Hilbert et Frank-Mises. Les ouvrages français de Goursat, Heywood-Fréchet, Lalesco, Volterra-Pérès ne sont pas oubliés. Mais il ne s'agit pas de résumer tout ceci. L'auteur en présente la substance en commençant par le problème de la corde vibrante, ce qui est la manière de Kneser, manière notablement simplifiée. Le premier type d'équation ainsi obtenu s'accomode aisément de l'adjonction d'une fonction perturbatrice. Le lien avec les équations différentielles du premier et du second ordre est également aisé à mettre en évidence, d'où un premier aperçu sur la méthode de Volterra et les procédés d'approximations successives.

Viennent ensuite les séries de Neumann avec le noyau résolvant puis, très rapidement, le laplacien et quelques équations fondamentales de la Physique. Les procédés d'orthogonalisation s'associent aisément aux noyaux symétriques. Puis vient la question, à la Fourier, des $f(x)$ représentables par séries de fonctions propres.

La théorie de Fredholm, première en date, n'était pas la plus simple. Elle suppose une théorie de l'indépendance linéaire et des maniements de déterminants dépendant d'un lemme fameux dû à M. Jacques Hadamard. Avec les noyaux dissymétriques viennent les procédés de Enskog et Schmidt.

A partir d'ici, Hilbert intervient beaucoup, ce qui est fort naturel. On lui emprunte l'équation intégrale « polaire » puis une première méthode à développements algébriques et enfin le fameux espace hilbertien où s'ébat maintenant la Mécanique ondulatoire. Les applications ou plutôt les interprétations physiques accompagnent toujours l'exposé. Ceci notamment avec l'équation de Mathieu et, plus loin, avec une certaine discussion concernant une aile portante. L'aérodynamique même illustre un sujet aussi élégant que riche. Notons qu'avec M. Georg Hamel, la brièveté de l'exposé ne semble pas avoir diminué la richesse du thème.

A. Buhl (Toulouse).

O. Caratheodory. — **Geometrische Optik** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, herausgegeben von der Schriftleitung des « Zentralblatt für Mathematik ». Vierter Band. Heft 5). — Un fascicule gr. in-8° de IV-106 pages et 11 figures. Prix: RM. 9.90 Julius Springer, 1937.

Très joli fascicule tout naturellement rattaché au Calcul des variations et pour lequel M. Carathéodory était un auteur tout indiqué, tant la prédilection marquée par lui pour le domaine variationnel est chose connue.

L'optique géométrique peut être considérée sous bien des aspects. C'est la théorie, d'abord purement géométrique, des ensembles de droites avec des géomètres français tels Malus, Dupin, Quételet, Gergonne. Ensuite, il n'est pas exagéré de dire que les méthodes variationnelles commencent avec Descartes et Fermat, d'une part, Huyghens, d'autre part. Euler, Lagrange, Cauchy ont perçu le caractère fondamental du sujet. Hamilton, avec son fameux Principe et ses équations canoniques a fait de même en allant, pour ainsi dire, jusqu'aux systèmes différentiels les plus simples qui se sont trouvé être ces systèmes canoniques. Que ceux-ci puissent convenir ensuite à la dynamique de champs matériels, soit; la lumière aura précédé au moins la matière en mouvement. Comme considérations récentes, nous avons celles de Poincaré, Cartan, De Donder, Carathéodory qui nous montrent une optique faisant grand usage d'invariants intégraux. On est même étonné, si l'on se place au point de vue où M. Carathéodory a si parfaitement raison de se placer, de constater combien l'appareil dynamique peut prendre très simplement une physionomie optique, par exemple quant à l'usage des crochets de Poisson et Lagrange. Encore une fois, il n'y a là aucun rapprochement plus ou moins contraint; il n'y a qu'une double simplicité, celle des systèmes canoniques et celle de la lumière.

Dans l'espace optique, les transformations isogonales jouent un rôle particulièrement intéressant. Elles reviennent à la géométrie des inversions, susceptible d'être magnifiquement traitée en coordonnées pentasphériques, et ceci à propos de la considération, due à Maxwell, d'un œil de poisson.

Comme il semble que ce soit surtout l'élégance et l'art qui aient été recherchés ici, le cortège d'approximations de certaines théories instrumentales a été quelque peu délaissé. Dans de tels cas l'auteur indique les raccords à faire avec les traités écrits en vue d'un but plus pratique ou plus expérimental. Il n'a traité, pour ainsi dire, que jeux de lumière, mais combien brillants ! A. Buhl (Toulouse).

Eberhard Hopf. — **Ergodentheorie** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, herausgegeben von der Schriftleitung das « Zentralblatt für Mathematik ». Fünfter Band. Heft 2). — Un fascicule gr. in-8° de vi-84 pages et 4 figures. Prix: RM. 9.80. Julius Springer, Berlin, 1937.

Ce cinquième volume d'une Collection déjà bien connue a débuté par les *Subharmonie Functions* de Tibor Rado. Voir notre précédent volume, p. 414. Nous voici dans les Théories ergodiques, c'est-à-dire dans les théories se rapportant aux propriétés statistiques et probabilitaires concernant des *ensembles* de trajectoires. Il faut souligner le mot *ensemble* qui doit être pris au sens cantorien. Il faut, de même, commencer par des considérations ensemblistes, par les lemmes de Borel et Lebesgue, par les notions de mesure et d'intégration en lesquelles on peut retrouver « presque partout » l'ancien classicisme mais « presque » seulement. Sur des ensembles de mesure nulle apparaissent les éléments modernes qui échappaient autrefois, qui se rient des équations différentielles et qu'on peut cependant, heureusement et élégamment, soumettre à l'Analyse au moyen de théories intégrales convenables. La mécanique, la microphysique sont spécialement intéressées mais nous sommes jusqu'ici dans un domaine qui semble plus particulièrement inféodé à l'esprit mathématique. D'ailleurs, les assemblages dont il s'agit ne se rapportent que très occasionellement à l'espace ordinaire.