Réunion de Schaffhouse, 29 août 1943.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1942-1950)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **04.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Réunion de Schaffhouse, 29 août 1943.

La Société mathématique suisse a tenu sa 32e assemblée annuelle à Schaffhouse, le 29 août 1943, sous la présidence de M. le professeur P. BUCHNER, en même temps que la 123e session annuelle de la Société helvétique des sciences naturelles.

Séance administrative. — Le Comité pour les années 1944 et 1945 a été constitué comme suit: MM. G. DE RHAM (Lausanne), président; M. GUT (Zurich), vice-président; H. HADWIGER (Berne), secrétaire-caissier.

MM. A. SPEISER, R. FUETER et R. WAVRE ont été confirmés, pour une nouvelle période de six ans, dans leurs fonctions de président, de secrétaire général et de secrétaire adjoint du Comité de rédaction des *Commentarii Mathematici Helvetici.*

Pour cette même période 1944-1949, le Comité *Steiner-Schläfli* se composera de MM. L. KOLLROS (Zurich), président, J. J. BURKHARDT (Zurich), F. GONSETH (Zurich), H. HADWIGER (Berne), A. LINDER (Berne), W. SCHERRER (Berne), E. STIEFEL (Zurich), A. STOLL (Zurich) et de M. A. HÄUSERMANN (Zurich), suppléant.

La Société a conféré le titre de Membre honoraire à M. le professeur C. CARATHÉODORY, à l'occasion du 70e anniversaire du savant mathématicien.

La *partie scientifique* de la réunion a été consacrée aux neuf communications ci-après.

1. — Beno ECKMANN (Lausanne). *Sur les groupes monothétiques.* — S'il existe dans le groupe topologique G un élément x tel que ses puissances soient partout denses dans G, ce groupe est dit *monothétique*, et on appelle x un générateur de G; il est clair qu'un tel groupe est abélien. Pour un groupe discret, « monothétique » a la même signification que « cyclique ».

Si G est un groupe abélien compact, on peut se servir des caractères de G (ce sont les homomorphismes continus de G dans le groupe multiplicatif K des nombres complexes de module 1; le caractère qui est identiquement 1 sera dit trivial) et on trouve facilement: *S'il y a dans* G *un élément* x *tel que pour tout caractère non-trivial* f *de* G *on ait* $f(x) \neq 1$, *alors le groupe* G *est monothétique, engendré par* x.

Ce critère nous permet, par exemple, de démontrer d'une manière très simple que le toroïde T^n est monothétique. T^n est le produit

direct de n groupes isomorphes au groupe des rotations du cercle (ou de n groupes K); tout élément de ce groupe est donné par n angles $2\pi x_1, \ldots, 2\pi x_n$, donc par n nombres réels $x_1, \ldots, x_n$ (mod. 1), et si on les choisit tels qu'ils soient incommensurables (mod. 1), on obtient un élément générateur de T^n. C'est un théorème classique, le célèbre « théorème d'approximation de KRONECKER »[1]; notre méthode en donne une démonstration nouvelle et simple.

Le critère s'applique aussi, surtout si on utilise encore la théorie des caractères de PONTRJAGIN [2], à d'autres groupes abéliens compacts. On démontre ainsi que tout groupe *connexe* de ce genre est monothétique, et qu'il en est de même pour les groupes n-adiques (qui forment des espaces complètement discontinus).

WEYL a précisé le théorème de Kronecker, en introduisant la notion d'équipartion [3]; d'une manière analogue on peut démontrer que les puissances d'un générateur du groupe monothétique compact G sont toujours *également réparties* dans G, c'est-à-dire ne sont pas seulement partout denses dans G, mais ont partout la *même* densité, au sens du volume invariant de G. On peut même établir le théorème suivant, où on ne suppose pas d'avance que le groupe G soit monothétique, ni même qu'il soit abélien: *Si toute représentation irréductible (non triviale) du groupe compact* G *fait correspondre à l'élément* x *de* G *une matrice qui n'a pas la valeur propre* 1, *alors les puissances de* x *sont également réparties dans* G (donc partout denses, G est donc monothétique). — La démonstration utilise le fait que les représentations irréductibles forment un système complet (théorème de Peter-Weyl); elle se simplifie naturellement, si on se borne au cas d'un groupe fini, où notre théorème présente encore un certain intérêt.

2. — Max GUT (Zürich). *Zur Theorie der Strahlklassenkörper der quadratisch reellen Zahlkörper.* — Si l'on choisit convenablement le nombre entier, rationnel et positif m, tout corps de nombres absolument abélien est sous-corps du corps des $m^{\text{ièmes}}$ racines de l'unité et nous appelons dès lors un tel corps un corps *circulaire*. Soit k un corps circulaire, $\mathfrak{f}$ un idéal entier de k, nous désignons par $K(\mathfrak{f})$ le corps abélien relatif, qui appartient au groupe multiplicatif complet mod. $\mathfrak{f}$ des idéaux de k, et par $k(\mathfrak{f})$ le plus grand sous-corps circulaire contenu dans $K(\mathfrak{f})$. En particulier $K(1)$ désigne le corps de classes de HILBERT, $k(1)$ son plus grand sous-corps circulaire. Dans un travail antérieur (« Zur Theorie der Klassenkörper der Kreiskörper, insbesondere der Strahlklassenkörper der quadratisch imaginären Zahlkörper », *Comment. Math. Helvet.*, vol. 15, 1942/43, p. 81) nous

---

[1] Voir par exemple J. F. KOKSMA, *Diophantische Approximatonen* (Berlin, 1936)., p. 83.

[2] L. PONTRJAGIN, Topological groups (Princeton, 1939), chap. V.

[3] H. WEYL, Ueber die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins. *Math. Annalen*, Bd. 77 (1916), p. 313.

avons déterminé $k(1)$ pour un corps circulaire k quelconque. Dans le cas où k est un corps quadratique imaginaire, nous avons de plus déterminé $k(\mathfrak{f})$ pour un idéal quelconque $\mathfrak{f}$, indiqué des théorèmes relatifs à la structure de $K(\mathfrak{f})$, enfin appliqué cette théorie à la décomposition des équations de division de la multiplication complexe des fonctions elliptiques. Dans un travail ultérieur qui est dédié à M. C. Carathéodory à l'occasion de son 70e anniversaire et qui paraîtra dans les *Comment. Math. Helvet.*, vol.16, 1943/44, nous avons effectué les recherches analogues pour un corps de base quadratique *réel* k. Dans ce cas k contient une unité fondamentale, c'est pourquoi la structure de $K(\mathfrak{f})$ est en général de toute autre nature que dans le cas d'un corps de base quadratique imaginaire.

3. — H. Hadwiger (Bern). *Ein Ueberdeckungssatz des* R_n.

4. — R. Wavre (Genève). *Les hermitiens limites d'hermitiens réguliers. Spectre et théorie du rang.* — Soient x un point de l'espace E de von Neumann (espace d'Hilbert, espace fonctionnel) et $A(x)$ un opérateur hermitien borné; enfin A^q ses itérés.

Il existe un nombre l qui jouit des propriétés suivantes

$$\lim_{q\to\infty} \frac{\| A^q x \|}{\lambda^q} = \begin{cases} +\infty & \text{si } 0 < \lambda < l \\ \text{nombre fini si} & 0 < l \leqq \lambda \end{cases}$$

et $l = 0$ si $\| Ax \| = 0$. Nous appellerons $l(x)$ le rang de x. Chaque point de E possède un rang et un seul, et nous avons montré que $l(x)$ *est une fonctionnelle de* x *semi-continue inférieurement* [1].

Soit, alors, E_ν l'ensemble des points de E de rang $l \leqslant \nu$. E_ν est une variété linéaire fermée (un sous-espace) et nous désignerons également par E_ν le projecteur de E sur E_ν.

On a alors

$$A^2(x) = \int_0^{+\infty} \nu^2 \, d\, E_\nu(x) \; .$$

C'est la décomposition spectrale de l'opérateur A^2. La décomposition de A ne présente pas de difficulté, mais exige des explications plus longues.

Le spectre de A^2 *est la fermeture* e + e′ *de l'ensemble* e *des rangs* l^2. Cette proposition, évidente pour les opérateurs « réguliers », affirmée pour les opérateurs bornés par M. J.-P. Vigier, s'établit très rapidement à partir de la théorie du rang.

---

1 R. Wavre, L'itération directe des opérateurs hermitiens, *Commentarii Mathematici Helvetici*, vol. 16, fasc. 1.

5. — W. SCHERRER (Bern). *Zum Problem der Trägheit in der Wellenmechanik.*

6. — W. HABICHT (Schaffhausen). *Ueber Lösungen von algebraischen Gleichungssystemen.*

7. — Walter NEF (Zürich). *Hyperkomplexe Methoden zur Integration partieller Differentialgleichungen.* — Auf einer $(n-1)$-dimensionalen Fläche R seien die Werte

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = \psi_j \qquad (j = 1, \ldots, n)$$

der Ableitungen eines Integrals der hyperbolischen oder ultrahyperbolischen Differentialgleichung

$$\sum_{j=1}^{n} \varkappa_j \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j^2} = 0 \qquad (\varkappa_j = \pm 1) \tag{1}$$

gegeben. Gesucht ist Φ in einer noch zu beschreibenden Umgebung U von R.

Wir führen eine Cliffordsche Algebra ein, in welcher n Basisgrössen $e_1, \ldots, e_n$ liegen, die den Relationen genügen:

$$e_j^2 = \varkappa_j \quad (j = 1, \ldots, n)\,, \qquad e_j e_k = -e_k e_j \quad (j, k = 1, \ldots, n, j \neq k)\,.$$

Eine Funktion

$$w = f(z) = \sum_{j=1}^{n} f_j(x_1, \ldots, x_n)\, e_j$$

der Variabeln

$$z = \sum_{j=1}^{n} x_j e_j$$

heisst regulär, wenn

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_k} e_k = 0$$

ist. Man kann beweisen, dass für jedes Integral Φ von (1) die Funktion

$$w = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} e_j$$

regulär ist. Hiervon gilt auch die Umkehrung. Rie Randwertaufgabe ist also gelöst, wenn wir in U eine reguläre Funktion finden können, die auf R die Randwerte

$$\psi = \sum_{j=1}^{n} \psi_j \, e_j$$

annimmt.

Nun sei R eine $(n-1)$-dimensionale Hyperfläche und U eine Umgebung von R von der Art, dass jeder erzeugende Strahl des charakteristischen Kegels irgendeines Punktes von U genau einen Schnittpunkt mit R gemeinsam hat und so, dass der zwischen der Spitze des ch. K. und dem Schnittpunkt mit R gelegene Teil des Strahls ganz zu U gehört. Dann gilt, wenn $f(z)$ eine in U und auf R reguläre Funktion ist, für jeden Punkt z von U:

$$f(z) = \mathrm{A} \int_{\mathrm{S}(z)} f(\zeta)\, d\Sigma \frac{\overline{(\zeta - z)}}{|\zeta - z|^{n-1}} + \mathrm{B} \int_{\mathrm{K}(z)} do\, (f(\zeta) \frac{(\zeta - z)\,\overline{(\zeta - z)} - |\zeta - z|^2}{|\zeta - z|^{n+1}} . \tag{2}$$

Dabei ist $\mathrm{S}(z)$ der Durchschnitt des zu z gehörigen ch. K. mit R und $\mathrm{K}(z)$ das zwischen $\mathrm{S}(z)$ und R gelegene Stück des ch. K. A und B sind Konstanten. Umgekehrt ist jede Funktion $f(z)$, die der letzten Gleichung genügt, regulär. Die von uns gesuchte Funktion ist also eine Lösung der linearen Integralgleichung

$$f(z) = \mathrm{J}(z) + \mathrm{B} \int_{\mathrm{K}(z)} d\acute{o}\, f(z) \frac{(\zeta - z)\,\overline{(\zeta - z)} - |\zeta - z|^2}{|\zeta - z|^{n+1}} , \tag{3}$$

wenn wir setzen:

$$\mathrm{J}(z) = \mathrm{A} \int_{\mathrm{S}(z)} \psi\, d\Sigma \frac{\overline{(\zeta - z)}}{|\zeta - z|^{n-1}} .$$

Wenn die Lösung $f(z)$ von (3) auf R mit ψ übereinstimmt, so ist $f(z)$ zugleich eine Lösung von (2), also regulär und die Aufgabe ist gelöst. Stimmt die Lösung $f(z)$ von (3) auf R nicht mit ψ überein, so ist die Aufgabe nicht lösbar.

8. — Edith Müller (Zürich). *Maurische Ornamentik.* — Gruppentheoretische Untersuchungen der Maurischen Ornamente aus der Alhambra in Granada (Inaugural Dissertation, Universität Zürich, Buchdruckerei Baublatt AG., Rüschlikon, 1944).

9. — A. HÄUSERMANN (Zürich). *Ueber die Berechnung singulärer Moduln bei Ludwig Schläfli.* — In diesem Referat wurde auf bisher völlig unbekannte allgemeine und numerische Resultate des Berner Mathematikers L. SCHLÄFLI (1814-1895) im Gebiet der singulären Moduln hingewiesen.

Auf Anregung von Herrn Prof. FUETER wurde der Nachlass Schläflis noch einmal gesichtet und alle Manuskripte sorfältig zusammengestellt, die allgemeine Betrachtungen und numerische Berechnungen von singulären Moduln, von Modulgleichungen und von Modularfunktionen enthielten. Das erste Aussondern geschah mit dem neuen Sachkatalog von Herrn Prof. BURCKHARDT.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in der auf den Herbst erscheinenden Inaugural-Dissertation des Referenten ausführlich dargestellt [1].

Réunion de Sils, en Engadine, 3 septembre 1944.

La Société mathématique suisse a tenu sa 33e assemblée annuelle le 3 septembre 1944, à Sils, en Engadine, sous la présidence de M. le professeur G. DE RHAM, en même temps que la 124e session annuelle de la Société helvétique des Sciences naturelles.

Dans sa *séance administrative*, la Société a conféré le titre de membre honoraire à M. Gustave DUMAS, professeur honoraire à l'Université de Lausanne.

1. — Julien MALENGREAU (Bruxelles). *Sur quelques relations entre grandeurs de l'espace euclidien.* — L'auteur montre, par des exemples, que si en partant des postulats classiques de la géométrie élémentaire on arrive à démontrer la relation de Stewart, réciproquement en partant de cette dernière on arrive à démontrer les postulats classiques. Cette réversibilité de la géométrie est mise en évidence en utilisant la notion du n-point parfait, ensemble de n points tels que la distance éntre deux d'entre eux est toujours la même. Une formule très simple relie cette distance commune aux distances entre un point quelconque de l'espace déterminé par le n-point parfait considéré et les points de ce dernier. De cette formule on peut déduire que l'espace

---

[1] Inaugural-Dissertation, Universität Zürich, Gebr. Leemann & Co., 1944.