3. The probability of no zeros.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1957)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

3. The probability of no zeros.

Let p_n *be the probability that the first n steps do not lead to a return to the origin, that is,*

$$(3.1) \qquad p_n = P\{S_1 \neq 0, \quad S_2 \neq 0, \ldots, S_n \neq 0\}, \qquad p_0 = 1 .$$

THEOREM 1. *We have*

$$(3.2) \qquad p_{2n} = u_{2n} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Proof. Denote by A_r the event that among the partial sums $S_0, S_1, \ldots, S_{2n}$ the *last zero* has index $2r$:

$$(3.3) \qquad A_r = \{S_{2r} = 0, \quad S_{2r+1} \neq 0, \quad S_{2r+2} \neq 0, \ldots, \quad S_{2n} \neq 0\}$$

$$= \{S_{2r} = 0\} \cap \{S_{2r+1} - S_{2r} \neq 0, \quad S_{2r+2} - S_{2r} \neq 0, \ldots, \quad S_{2n} - S_{2r} \neq 0\}$$

The two events on the extreme right side are independent and have, respectively, probabilities u_{2r} and p_{2n-2r}. The union of the events A_r covers the sample space of the sequences $S_0, \ldots, S_n$, and these events are mutually exclusive. Therefore

$$(3.4) \qquad 1 = \sum_{r=0}^{n} P\{A_r\} = \sum_{r=0}^{n} u_{2r}\, p_{2n-2r}$$

and a comparison of (3.4) with (3.1) proves the theorem.

The last theorem is fully equivalent to the following corollary which is well known.

COROLLARY. *Let f_{2n} be the probability that the first return to the origin takes place at the 2n-th step, that is,*

$$(3.5) \qquad f_{2n} = P\{S_1 \neq 0, \quad S_2 \neq 0, \ldots, S_{2n-1} \neq 0, S_{2n} = 0\} .$$

Then

$$(3.6) \qquad f_{2n} = u_{2n} - u_{2n-2} .$$

Proof. From (3.1) and (3.5) it is obvious that $f_{2n} = u_{2n} - u_{2n-2}$.