Introduction

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1958)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

SUR LE PRINCIPE DE FERMAT

par PHAM MAU QUAN, Paris

(Reçu le 31 septembre 1957)

INTRODUCTION

On peut donner au principe de FERMAT en Optique l'énoncé suivant qui le rapproche du principe de Maupertuis ou de moindre action:

Dans un milieu transparent isotrope d'indice de réfraction n variable, les rayons lumineux sont les extrêmales du chemin optique défini par l'intégrale

$$\int_{z_0}^{z_1} n d\sigma$$

où z_0, z_1 sont deux points quelconques du milieu et $d\sigma$, l'élément linéaire du rayon lumineux passant par ces deux points.

Nous proposons dans cet article une démonstration de ce principe en lui donnant un énoncé plus général. Notre idée est la suivante.

La lumière est un phénomène électromagnétique gouverné par les équations de MAXWELL qui sont un système d'équations aux dérivées partielles auxquelles doivent satisfaire les vecteurs champs et inductions électromagnétiques. Les variétés caractéristiques de ces équations représentent les surfaces d'ondes électromagnétiques et les bicaractéristiques, les rayons associés. Leur étude permet donc de trouver les lois de propagation du champ électromagnétique et en particulier de la lumière. Et le principe de FERMAT en est une conséquence.

Pour représenter les phénomènes de la Mécanique et de l'Electromagnétisme d'une manière indépendante du mode de

repérage de l'espace et du temps, il est naturel d'avoir recours à une variété V_4 à quatre dimensions, trois d'espace et une de temps et qui sera telle qu'à chacun de ses points corresponde un événement déterminé. Cette variété est la variété *espace-temps* de la théorie de la relativité. On la rapporte à des systèmes de coordonnées curvilignes quelconques et on y cherche une représentation tensorielle des lois physiques [1]. Aussi nous sera-t-il utile de rappeler certaines définitions classiques de la théorie de la relativité; mais nous supposerons connue la théorie des espaces de Riemann [2]. Nous cherchons à préciser la notion d'inductions électromagnétiques dans le nouveau mode de représentation afin de formuler d'une manière correcte les équations correspondantes de la théorie de MAXWELL. C'est ce qui va faire l'objet de la première partie de notre exposé. Nous continuerons par une étude des caractéristiques de ces équations en établissant que les rayons électromagnétiques sont les géodésiques de longueur nulle d'une variété riemannienne associée $\overline{V}_4$. L'étude géométrique des rayons électromagnétiques dans l'espace à trois dimensions fournira l'énoncé du principe de FERMAT, dont l'existence est liée à celle d'univers stationnaire et de mouvements permanents.

Nous utiliserons les symboles ∇_α pour désigner les dérivées covariantes et ∂_α pour désigner les dérivées partielles $\left(\partial_\alpha = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\right)$.

I. INDUCTIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES ET ÉQUATIONS RELATIVISTES DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME

1. La variété espace-temps.

Dans la théorie de la relativité générale, l'espace-temps est une variété différentiable à quatre dimensions V_4 de classe de différentiabilité C^2, C^4 par morceaux, sur laquelle est définie une métrique riemannienne ds^2 de type hyperbolique normal,

---

1) Cette représentation indépendante du mode de repérage dans la variété V_4 a conduit historiquement à une meilleure intelligence des phénomènes de l'électrodynamique des corps en mouvement.

2) Lire par exemple A. LICHNEROWICZ, *Eléments de calcul tensoriel* (A. Colin, Paris, 1950).