Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 4 (1958)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE PRINCIPE DE FERMAT
Autor: Quan, Pham Mau
Kapitel: 10. Interprétation du signe ' de $\bar{g}_{0\alpha}x^\alpha$.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-34626

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

$$\int_{z_0}^{z_1} dx^0 = \int_{z_0}^{z_1} \frac{n}{\sqrt{U}} d\sigma \tag{9.5}$$

où l'on a posé $d\sigma^2 = - g_{ij}\, dx^i\, dx^j$. On voit apparaître l'influence du champ gravitationnel sur la propagation du champ électromagnétique.

Si $U = 1$, on démontre que l'espace-temps V_4 est euclidien. L'énoncé du théorème devient

$$\delta \int_{z_0}^{z_1} dx^0 = \delta \int_{z_0}^{z_1} n d\sigma = 0 .$$

Nous retrouvons l'énoncé exact du principe de FERMAT en Optique. Le théorème que nous avons établi, en constitue donc l'énoncé généralisé en relativité. Il donne plus généralement la loi de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu en mouvement, la vitesse du milieu intervenant dans l'expression des $g_{\alpha\beta}$.

10. Interprétation du signe ε' de $\bar{g}_{0\alpha}\dot{x}^\alpha$.

L'équation

$$\mathcal{L}^2 du^2 = \frac{1}{\bar{g}_{00}} \left(\bar{g}_{0\alpha}\, dx^\alpha\right)^2 + \hat{\bar{g}}_{ij}\, dx^i\, dx^j = 0$$

représente le cône caractéristique $\bar{C}_x$ au point x des équations de MAXWELL. Les deux nappes de ce cône sont symétriques par rapport à l'hyperplan élémentaire π_x

$$\bar{g}_{0\alpha}\, dx^\alpha = 0 .$$

Désignons par $M(x^\alpha)$ le sommet de ce cône $\bar{C}_x$. Prenons un couple de points voisins de M, ayant pour coordonnées spatiales $(x^i + dx^i)$ appartenant respectivement aux deux nappes de $\bar{C}_x$ et symétriques par rapport à π_x. Soient

$$M_1 (x^0 + dx^0 ,\ x^i + dx^i) \qquad M_1' (x^0 - d' x^0 ,\ x^i + dx^i) .$$

On peut dire que MM_1 représente aux infiniment petits d'ordre supérieur près le déplacement infinitésimal associé à un rayon

électromagnétique allant du point d'espace A (x^i) au point d'espace A' $(x^i + dx^i)$ dans le temps dx^0. De même, $M_1'M$ peut être considéré comme représentant le déplacement infinitésimal associé à un rayon électromagnétique allant du point A' $(x^i + dx^i)$ au point A (x^i) dans le temps $d'x^0$.

Les deux points M_1 et M_1' sont symétriques par rapport à l'hyperplan π_x, on doit avoir

$$\bar{g}_{0\alpha}\, dx^\alpha = -\, \bar{g}_{0\alpha}\, d' x^\alpha \,.$$

On en déduit

$$d' x^0 = dx^0 + 2\, \frac{\bar{g}_{0i}\, dx^i}{\bar{g}_{00}} \,.$$

Cette relation montre que, sauf dans le cas statique, le temps mis par un rayon pour aller du point d'espace A (x^i) au point d'espace A' $(x^i + dx^i)$ n'est pas le même que le temps mis par un autre rayon pour aller de A' $(x^i + dx^i)$ à A (x^i).

11. Cas d'un espace-temps de MINKOWSKI et loi relativiste de la composition des vitesses.

Plaçons-nous dans le cas d'un espace-temps sans gravitation de MINKOWSKI, rapporté à un système de coordonnées galiléennes réduites. Nous avons la métrique d'univers

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 \,. \tag{11.1}$$

$\vec{u}$ représente dans ce cas le vecteur vitesse unitaire d'univers dont les composantes sont déterminées classiquement à partir de la vitesse d'espace $\vec{\beta}$, la vitesse limite c étant prise comme unité. Un calcul facile donne la métrique associée

$$d\bar{s}^2 = \frac{V^2 - \beta^2}{1 - \beta^2}\,(dx^0)^2 + 2\,\frac{1 - V^2}{1 - \beta^2}\,\beta_i\, dx^0\, dx^i - \sum_i (dx^i)^2 - \\ - \frac{1 - V^2}{1 - \beta^2}\,(\beta_i\, dx^i)^2 \,. \tag{11.2}$$

A partir de cette métrique, cherchons à exprimer le théorème de FERMAT en prenant l'arc σ du rayon électromagnétique comme paramètre. Nous avons à remplacer dans (9. 2) $\dot{x}^i$ par

$$\lambda^i = \frac{dx^i}{d\,\sigma}$$