III. La dynamique du point.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **6 (1960)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

On interprète immédiatement ces définitions en rapportant l'espace-temps V_4 à un repère lorentzien. On a

$$ds^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 = (1 - \beta^2)\, dx_0^2$$

soit

$$ds^2 = \sqrt{1 - \beta^2}\, dx_0 = \sqrt{1 - \beta^2}\, cdt\,.$$

Par suite

$$u^0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad u^i = \frac{v^i}{c\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

v^i désignent les composantes du vecteur vitesse ordinaire dans le repère de Galilée correspondant. On interprète alors le vecteur accélération d'univers J^α. Pour β petit c'est-à-dire v petit devant c, on a en première approximation les définitions classiques.

III. La dynamique du point.

7. *Le principe de l'inertie.*

Supposons qu'un point matériel ait une accélération d'univers constamment nulle. De

$$\gamma^0 = \frac{d}{ds} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

on tire $\beta^2 =$ constant; puis de

$$\gamma^i = \frac{d}{ds} \frac{v^i}{c\sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

on tire $v^i =$ const. Dans le repère de Galilée associé, le point M a un mouvement rectiligne uniforme. Cette propriété traduit le principe de l'inertie en mécanique classique d'après lequel un point matériel isolé a une accélération nulle c'est-à-dire un mouvement rectiligne uniforme. La réciproque est immédiate.

Or si $J^\alpha = 0$, le point M décrit une droite ou géodésique de l'espace-temps. On postule ainsi en relativité restreinte.

PRINCIPE DE L'INERTIE. — *Un point matériel isolé admet pour trajectoire d'univers une géodésique orientée dans le temps* ($ds^2 > 0$) *de l'espace-temps de* MINKOWSKI.

Les géodésiques pour lesquelles $ds^2 = 0$, correspondent dans l'espace aux droites parcourues avec la vitesse c, c'est-à-dire aux rayons lumineux, trajectoires des photons. On voit alors que la théorie de la relativité restreinte se trouve liée d'une manière simple à la géométrie de l'espace-temps de MINKOWSKI.

8. *L'équation fondamentale de la dynamique relativiste du point.*

L'espace-temps de MINKOSWKI sert seulement de cadre géométrique pour le déroulement des phénomènes physiques de l'univers. Toute origine du mouvement lui est étrangère. On doit introduire les notions d'inertie, de forces. Une force est représentée par un vecteur d'univers Φ^α: elle est proportionnelle au vecteur accélération du point M, ce qui se traduit par l'équation fondamentale

$$KJ^\alpha = \Phi^\alpha \tag{8. 1}$$

où K est un coefficient caractérisant l'inertie du point matériel M: c'est un scalaire. En vertu de (6. 2), J^α est orthogonal à u^α, il en est de même de Φ^α, on a

$$\Phi^\alpha u_\alpha = 0 \,. \tag{8. 2}$$

On peut écrire (8. 1) sous la forme

$$\frac{d}{ds}(Ku^\alpha) = \Phi^\alpha + \frac{dK}{ds} u^\alpha \tag{8. 3}$$

Le vecteur $p^\alpha = Ku^\alpha$ est appelé le *vecteur impulsion relativiste*. Sa mesure le long de $\vec{u}$ est égale à l'inertie du point. Nous verrons qu'il est possible d'interpréter K comme l'énergie du point.

L'inertie K dépend d'abord du point considéré lui-même, ensuite du champ de forces dans lequel se meut le point. Si on suppose que le champ de forces n'apporte aucune modification

à l'inertie propre du point, K est une propriété intrinsèque du point: c'est une constante E_0 appelée énergie propre du point. Cette hypothèse peut être considérée comme une première approche de la dynamique relativiste du point matériel.

9. *Interprétation de l'équation fondamentale dans le cas* K = E.

Dans ce cas l'équation fondamentale s'écrit

$$\frac{d}{ds}(E_0 u^\alpha) = \Phi^\alpha . \tag{9. 1}$$

De l'orthogonalité de $\vec{\Phi}$ et $\vec{u}$, on tire

$$\Phi^0 u^0 = -\sum_i \Phi^i u^i \qquad \Phi^0 = -\Sigma \frac{\Phi^i v^i}{c}$$

Dans un système de coordonnées galiléennes (t, x, y, z) pour lequel $\vec{v}$ est le vecteur vitesse ordinaire et $\vec{f}$ le vecteur d'espace de composantes

$$f^i = \Phi^i \sqrt{1-\beta^2}$$

on peut exprimer (9. 1) comme

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{E_0}{c^2\sqrt{1-\beta^2}}\vec{v}\right) = \vec{f} \tag{9. 2}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \vec{f}.\vec{v} \tag{9. 3}$$

En donnant à $\vec{f}$ la signification d'un vecteur force galiléenne, on dira que (9. 3) est l'équation du mouvement de M dans le repère galilée considéré et que (9. 3) est l'intégrale de la force vive.

On est conduit à définir l'*énergie* et la *masse* du point M respectivement par

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad m = \frac{E_0}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E}{c^2} \tag{9. 4}$$

Celles-ci varient avec la vitesse. Si M est au repos dans le repère de Galilée, $E = E_0$ et $m = m_0 = E_0/c^2$. E_0 et m_0 sont appelés *énergie et masse au repos* de M: elles sont égales à l'énergie propre et à la masse propre de M. Si β est petit, on a en première approximation

$$E - E_0 = \tfrac{1}{2} m_0 v^2 .$$

C'est l'énergie cinétique classique.

10. *Le principe de l'inertie de l'énergie.*

La seconde relation (9. 4) exprime l'équivalence entre masse et énergie. Si on conçoit que la masse m caractérise la quantité de matière concentrée en M, on obtient le principe de l'inertie de l'énergie exprimé par la relation d'EINSTEIN

$$\Delta E = c^2 \Delta m$$

selon lequel une disparition d'une masse Δm de matière entraîne l'apparition d'une quantité équivalente d'énergie.

Le principe de l'inertie de l'énergie a pour conséquence qu'il faut réunir les deux principes classiques de conservation de la masse et de l'énergie sous le même et seul énoncé. D'ailleurs les considérations du §9 montrent que c'est l'énergie qui se trouve naturellement définie en relativité. Il est préférable de ne parler que de l'énergie.

Le résultat précédent constitue à côté de la notion d'espace-temps, l'apport le plus fécond qu'ait apporté EINSTEIN à la physique moderne dans l'étude des phénomènes atomiques et nucléaires.

PHAM MAU QUAN
Faculté des Sciences de Besançon