4, 1. Les épreuves de Student.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **6 (1960)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

On calcule et vérifie $\mathfrak{S}$ comme ci-dessus, puis:

$$x\underline{a}_1 = n \qquad y a_1 + u\underline{a}_2 = p \qquad z a_1 + v a_2 + w\underline{a}_3 = q$$

$$A = a_1 + a_2 + a_3 \qquad T = n + p + q \qquad t a_1 + r a_2 + s a_3 = T$$

$$c_1 = x \qquad c_2 = y + u \qquad c_3 = z + v + w$$

$$w\underline{b}_3 = a_3 \qquad v b_3 + u\underline{b}_2 = a_2 \qquad z b_3 + y b_2 + x\underline{b}_1 = a_1$$

$$b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3 = A$$

$$SCN = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 .$$

4. Exemples.

4, 1. *Les épreuves de Student.*

4, 11. Soit $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ un échantillon simple et fortuit d'une population normale de moyenne μ et écart-type σ. La théorie des modèles linéaires s'applique ici, avec

$$r = p = 1 , \qquad \mathfrak{A} = \| 1, \ldots, 1 \| \qquad \mathfrak{b}_H = \| \mu \| ,$$

$$\mathfrak{A}^T \mathfrak{A} = \| n \| , \qquad \mathfrak{A}^T \mathfrak{x} = \sum_1^n \mathbf{x}_i ,$$

et le système normal se réduit à

$$n \hat{\mu} = \sum_1^n \mathbf{x}_i , \qquad \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_1^n \mathbf{x}_i = \mathbf{m} .$$

On a alors

$$\mathbf{SC}N = \left(\sum \mathbf{x}_i\right)^2 / n , \qquad \mathbf{SC}T = \sum_1^n \mathbf{x}_i^2 ,$$

$$\mathbf{SC}E = \sum_1^n \mathbf{x}_i^2 - \left(\sum_1^n \mathbf{x}_i\right)^2 / n = \sum_1^n (\mathbf{x}_i - \mathbf{m})^2 = \frac{n \sum_1^n - \mathbf{x}_i^2 \left(\sum_1^n \mathbf{x}_i\right)^2}{n} .$$

Si $\mu = a$, l'expression

$$\frac{(\mathbf{m} - a)\sqrt{(n-1)}}{\sqrt{(\mathbf{SC}E/n)}} = \sqrt{(n-1)}\, \frac{\sum_1^n \mathbf{x}_i - n a}{\sqrt{(n\, \mathbf{SC}E)}}$$

est une aléatoire $\mathbf{t}_{n-1}$; $\mathbf{SC}E/\sigma^2$ est une aléatoire χ^2_{n-1} .

4, 12. Soit $(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_q)$ un échantillon simple et fortuit d'une population normale de moyenne μ_1 et écart-type σ, $(\mathbf{x}_{q+1}, \ldots, \mathbf{x}_n)$ un échantillon simple et fortuit d'une population normale de moyenne μ_2 et écart-type σ, les deux échantillons étant mutuellement indépendants. La théorie des modèles linéaires s'applique encore:

$$\mathbf{E} \left\| \begin{matrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_q \\ \mathbf{x}_{q+1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{matrix} \right\| ,$$

$$r = p = 2 , \qquad \mathfrak{b}_H^T = \| \mu_1, \mu_2 \| , \qquad \mathfrak{A}^T \mathfrak{A} = \left\| \begin{matrix} q & 0 \\ 0 & n - q \end{matrix} \right\| .$$

Si on pose

$$\sum_1^q \mathbf{x}_i^s = \mathbf{S}_{1,s} , \qquad \sum_{q+1}^n \mathbf{x}_i^s = \mathbf{S}_{2,s} ,$$

on a

$$\hat{\mu}_1 = \mathbf{S}_{1,1}/q , \qquad \hat{\mu}_2 = \mathbf{S}_{2,1}/(n - q) ,$$

$$\mathbf{SC}E = \frac{q\,\mathbf{S}_{1,2} - (\mathbf{S}_{1,1})^2}{q} + \frac{(n - q)\,\mathbf{S}_{2,2} - (\mathbf{S}_{2,1})^2}{n - q} ,$$

de sorte que, sous l'hypothèse $\mu_1 - \mu_2 = \Delta$, l'expression

$$\frac{(\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2 - \Delta)\sqrt{(n - 2)}}{\sqrt{\left[\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{n - q}\right)\mathbf{SC}E\right]}}$$

est une aléatoire $\mathbf{t}_{n-2}$; $\mathbf{SC}E/\sigma^2$ est une aléatoire χ^2_{n-2}.

4, 2. *Problèmes de régression.*

4, 211. Supposons que, $u_1, \ldots, u_s$ étant des constantes certaines deux à deux distinctes, on ait $n = \Sigma_1^s k_i$ variables aléatoires $\mathbf{x}_{i,j}$ $(i = 1, \ldots, s;\ j = 1, \ldots, k_i)$, normales, de variance commune σ^2, indépendantes, avec

$$\mathbf{E}\,\mathbf{x}_{i,j} = \alpha + \beta u_i . \tag{17}$$