Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1961)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Index gleich $\pm t_k$ *ist* ($t_k = (2k+1)$-*Ableitung von* $\operatorname{tg}(x)$ *für* $x = 0$).

Zum Beweis benötigen wir zunächst ein Lemma, das bereits bei Kervaire (Courbure intégrale généralisée et homotopie, *Math. Ann.*, *131*, 219-252 (1956), siehe S. 247) vorkommt.

LEMMA. — *Das cartesische Produkt* $\mathbf{S}^{n_1} \times \ldots \times \mathbf{S}^{n_r}$ *von Sphären kann in den Euklidischen Raum der Dimension* $n_1+\ldots+n_r+1$ *differenzierbar eingebettet werden.*

Das Lemma ist richtig für $r = 1$. Wir beweisen es durch Induktion über r. Offensichtlich kann $\mathbf{S}^{n_r}$ mit trivialem Normalbündel in den euklidischen Raum der Dimension $n_1+\ldots+n_r+1$ eingebettet werden. Die Faser des Normalbündels ist ein $\mathbf{R}^d$ mit $d = n_1+\ldots+n_{r-1}+1$. Nach Induktionsannahme ist $\mathbf{S}^{n_1} \times \ldots \times \mathbf{S}^{n_{r-1}}$ differenzierbar in $\mathbf{R}^d$ einbettbar. Daraus folgt die Behauptung des Lemmas.

In [12, § 9.4] wird erwähnt, dass es in $\mathbf{S}^2 \times \ldots \times \mathbf{S}^2$ ($2k+1$ Faktoren) eine Untermannigfaltigkeit V^{4k} der Codimension 2 gibt, die mit jedem Faktor $\mathbf{S}^2$ die Schnittzahl 1 hat.

Nach dem Lemma ist V^{4k} in den Euklidischen Raum der Dimension $4k+3$ differenzierbar einbettbar. Nach [12, § 9.4] ist der Index von V^{4k} in der Tat gleich der $(2k+1)$-ten Ableitung von $\operatorname{tgh} x$ für $x = 0$, q.e.d.

Der vorstehende Satz zeigt, dass Satz 5.5 für gerades k scharf ist. Für $k = 3, 5, \ldots$ ist uns keine M^{4k} bekannt, die in $\mathbf{R}^{4k+4}$ einbettbar ist und deren Index gleich $t_k/2$ ist.

LITERATUR

[1] ADAMS, J. F., On the non-existence of elements of Hopf invariant one. *Ann. of Math.*, *72* (1960), 20-104.

[2] ALEXANDROFF, P. und H. HOPF, *Topologie*. Springer-Verlag, Berlin, 1935.

[3] ATIYAH, M. F. und F. HIRZEBRUCH, Riemann-Roch theorems for differentiable manifolds. *Bull. Amer. Math. Soc.*, *65* (1959), 276-281.

[4] ——und F. HIRZEBRUCH, Vector bundles and homogeneous spaces. Differential Geometry. *Proc. of Symp. in Pure Math.*, vol. 3; *Amer. Math. Soc.*, 1961.

[5] —— und F. HIRZEBRUCH, Quelques théorèmes de non-plongement pour les variétés différentiables. *Bull. Soc. Math. France*, *87* (1959), 383-396.

[6] BOREL, A. und F. HIRZEBRUCH, Characteristic classes and homogeneous spaces I, II, III. *Amer. J. of Math.*, *80* (1958), 458-538; *81* (1959), 315-382; *82* (1960), 491-504.

[7] —— und J.-P. SERRE, Le théorème de Riemann-Roch (d'après Grothendieck). *Bull. Soc. Math. France*, *86* (1958), 97-136.

[8] BOTT, R., The space of loops on a Lie group. *Mich. math. J.*, *5* (1958), 35-61.

[9] —— Quelques remarques sur les théorèmes de périodicité. *Bull. Soc. Math. France*, *87* (1959), 293-310.

[10] CHERN, S. S., Characteristic classes of Hermitian manifolds. *Ann. of Math.*, *47* (1946), 58-121.

[11] EILENBERG, S. und N. STEENROD, Foundations of algebraic topology. *Princeton Math. Series*, vol. *15*. Princeton Univ. Press, 1952.

[12] HIRZEBRUCH, F., *Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie.* Ergebnisse der Mathematik. Neue Folge, Heft *9*. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1956.

[13] MILNOR, J., Some consequences of a theorem of Bott. *Ann. of Math.*, *68* (1958), 444-449.

[14] PONTRJAGIN, L., Characteristic cycles on differentiable manifolds. *Mat. Sbornik N. S.*, *21* (*63*), 233-284 (1947).

[15] PUPPE, D., Homotopiemengen und ihre induzierten Abbildungen I. *Math. Z.*, *69* (1958), 299-344.

[16] STIEFEL, E., Richtungsfelder und Fernparallelismus in Mannigfaltigkeiten. *Comm. Math. Helv.*, *8* (1936), 3-51.

[17] —— Über Richtungsfelder in den projektiven Räumen und einen Satz aus der reellen Algebra. *Comm. Math. Helv.*, *13* (1940-41), 201-218.

[18] WHITNEY, H., Sphere spaces. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, *21* (1935), 462-468.

[19] LOEWY, A., Algebraische Gruppentheorie. *Pascal's Repertorium der höheren Mathematik*, I 1, 2. Auflage. Leipzig und Berlin, 1910.

Mathematisches Institut, Bonn.
Pembroke College, Cambridge.
Mathematical Institute, Oxford.