Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1961)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Let the function F be defined on $a \leq x \leq b$ by $F(x) = f(x) - kx$. Then [2, p. 191]

$$D^- F(b) = D^- f(b) - k > 0 \text{ and } D_+ F(a) = D_+ f(a) - k < 0.$$

Hence there is a point ξ, $a < \xi < b$, such that F has a minimum at ξ. We note that $D^+ F(\xi) D^- F(\xi) \leq 0$. If $D^+ F(\xi) = 0$, we choose $p = 1$ and $q = 0$. If $D^+ F(\xi) \neq 0$, we choose

$$p = \frac{D^- F(\xi)}{D^- F(\xi) - D^+ F(\xi)} \text{ and } q = \frac{D^+ F(\xi)}{D^+ F(\xi) - D^- F(\xi)}.$$

In either case $p \geq 0$, $q \geq 0$, $p + q = 1$, and $p D^+ F(\xi) + q D^- F(\xi) = 0$. Hence

$$p\left[D^+ f(\xi) - k\right] + q\left[D^- f(\xi) - k\right] = 0.$$

It follows that

$$p D^+ f(\xi) + q D^- f(\xi) = k$$

which was to be shown.

The reader will observe that we have not required the derivates at a and b to be finite. In fact, we need not require that all derivates be finite at each point of the open interval $a < x < b$. However, since these cases are easily resolved, they will be left for the consideration of the reader.

A closely related theorem may be obtained by substituting $D^+ f(a) > k > D_- f(b)$ for $D_+ f(a) < k < D^- f(b)$ in the statement of our theorem. A proof of the new theorem can be obtained by marking minor modifications in the above proof.

REFERENCES

1. Goffman, C., *Real Functions*. New York, Rinehart and Company, 1953.
2. McShane, E. J., *Integration*. Princeton, Princeton University Press, 1944.

Department of Mathematics
The Florida State University
Tallahassee, U.S.A.