L'Analyse moderne dans le monde

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1962)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

choix s'impose entre ses diverses axiomatiques possibles, il préfère attendre que la théorie mûrisse. Il n'a pas le goût des hors-d'œuvre, des enjolivures, des développements gratuits sans connexion avec le reste des mathématiques.

Il construit solidement, à la romaine; si l'œuvre est parfois élégante, elle le doit à la beauté de sa structure interne; quant à lui, il recherche avant tout simplicité, solidité, utilité, rendement.

En topologie générale il a, après HAUSDORFF, fait un choix sobre dans une jungle de notions: Choix d'axiomes commodes des espaces topologiques généraux, choix de la bonne notion de compacité; l'introduction des filtres (H. CARTAN) est venue simplifier la notion de convergence; celle des espaces uniformes(A. WEIL) a unifié plusieurs notions jusque-là isolées, et les relations entre les espaces compacts et les espaces uniformes l'a entièrement justifiée.

En Analyse fonctionnelle, il a bien mis en valeur les notions et outils consacrés par l'usage, locale convexité des espaces vectoriels topologiques, dualité, théorème du graphe fermé, théorèmes de séparation d'ensembles convexes, théorèmes de Krein et Milman, de Stone-Weierstrass.

Dans la théorie de l'intégration, nous avons souligné déjà son option exclusive des mesures de Radon sur les espaces localement compacts, qui sont devenues entre ses mains un outil remarquable.

Dans les « livres élémentaires », les questions classiques sont traitées à la fois avec une économie de moyens et une généralité inusuelles. Le théorème des accroissements finis est énoncé pour des fonctions à valeurs dans un espace normé; les fonctions convexes sont traitées élémentairement mais de façon assez complète pour les besoins courants de l'analyse; les primitives sont définies dans le cadre des fonctions réglées; enfin nous avons déjà noté la généralité de son étude « élémentaire » des équations différentielles.

L'ANALYSE MODERNE DANS LE MONDE

J'ai affirmé au début de ce travail que l'étude de l'œuvre de BOURBAKI et de ses disciples donnait une idée assez fidèle des tendances modernes de l'Analyse.

Après notre brève étude des traits saillants de cette œuvre, nous pouvons tenter de vérifier cette affirmation en examinant ce qui se fait dans le monde en Analyse. Ouvrons pour cela les *Mathematical Reviews*; quelques coups de sonde révèlent qu'au moins les deux tiers de ce qui se fait actuellement aurait pu être fait avec les outils dont on disposait il y a une trentaine d'années; une bonne partie de ces travaux est estimable; certains sont de l'Analyse fine très difficile; des notions importantes y sont introduites, des outils y sont créés et essayés dans un domaine localisé.

On peut regretter néanmoins que trop d'auteurs ignorent encore des outils de base qui ont fait leurs preuves et qu'ils retrouvent, ingénieusement mais péniblement et dans un domaine trop restreint des cas particuliers de théorèmes généraux connus.

Dans le tiers restant, les auteurs utilisent les outils modernes. On y retrouve le déchet inévitable dans toute production scientifique; beaucoup des travaux sont creux et ne contribuent pas à l'édification du « temple mathématique »; par contre, chez les meilleurs, les outils modernes ont un rendement étonnant; chaque année apporte la solution de problèmes réputés inaccessibles et voit se créer des ponts entre théories jusque-là étrangères.

Voici une liste des branches les plus florissantes de l'Analyse et de ses frontières:

Groupes topologiques et théorie de Lie;
Algèbre topologique;
Mesure et intégration;
Fonctions de plusieurs variables complexes et variétés analytiques (outils algébriques nombreux, faisceaux, espaces fibrés,...);
Equations aux dérivées partielles (utilisation des distributions et autres fonctions généralisées; cas non-linéaire);
Potentiel (noyaux généraux, étude des principes, relation avec probabilités);
Analyse harmonique sur des groupes généraux; fonctions de type positif, ...;
Analyse fonctionnelle (e.v.t. loc. convexes, convexité, théorie spectrale des opérateurs);
Topologie générale;

Géométrie différentielle;
Topologie différentielle;
Probabilités.

Ces disciplines en pleine activité se développent suivant les mêmes principes que BOURBAKI; le langage utilisé est le même. Dans les colloques spécialisés qui leur sont consacrées, les meilleurs spécialistes utilisent les mêmes méthodes, le même langage, ont les mêmes préoccupations. Dans ses parties les plus dynamiques, l'Analyse moderne manifeste donc une grande unité.

QU'EN CONCLURE POUR L'ENSEIGNEMENT ?

De tout temps on a adapté l'enseignement à l'évolution de la science, mais il y a eu souvent des retards à cette adaptation, pour le plus grand dommage de la science et de l'enseignement; en particulier, depuis un demi-siècle le progrès scientifique a été si rapide qu'un grand retard était presque inévitable; ainsi en Mathématiques, où la révolution provoquée par la théorie des ensembles et la méthode axiomatique a donné à notre science un visage nouveau. Plusieurs raisons nous invitent de façon urgente à rénover à tous les niveaux, universitaire, secondaire et primaire:

— Pour l'avenir des Mathématiques d'abord; ce ne sont ni les vieillards, ni même les hommes mûrs qui font œuvre géniale en Mathématiques; il faut donc « déblayer le terrain » pour les jeunes. Pour que l'assimilation leur reste possible, on doit leur rendre apparentes les grandes idées simplificatrices, leur apprendre à débrouiller des situations complexes, en leur enseignant des théories qui unifient, qui jettent des ponts entre diverses disciplines. Certes il faut pour cela faire des sacrifices, accepter de ne plus enseigner telle théorie élégante que plusieurs siècles avaient polie, mais qui n'apparaît plus que comme un rameau isolé.

— Pour les utilisateurs (de plus en plus nombreux) des mathématiques, ensuite. D'une part de nombreux outils mathématiques sont devenus indispensables ou utiles en physique ou dans la technique: Matrices, transformations de Fourier ou Laplace, équations aux dérivées partielles, distributions, espaces de Hilbert, etc.;