

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 9 (1963)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: EN MARGE DU CALCUL DES VARIATIONS
Autor: Lebesgue, Henri
Vorwort: PRÉFACE
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-38785>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

EN MARGE DU CALCUL DES VARIATIONS

par HENRI LEBESGUE

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Préface par L.-C. Young | 209 |
| Introduction | 212 |
| CHAPITRE PREMIER: Sur une question de minimum | 215 |
| CHAPITRE 2: Sur le problème des isopérimètres. | 233 |
| CHAPITRE 3: Sur quelques questions de minimum relatives aux courbes orbiformes et sur leurs rapports avec le calcul des variations | 246 |
| CHAPITRE 4: Sur la plus courte distance entre deux points d'une surface développable. | 277 |
| CHAPITRE 5: La méthode classique du calcul des variations | 291 |
| CHAPITRE 6: La méthode directe du calcul des variations | 304 |

PRÉFACE

Ce petit livre provient d'un manuscrit trouvé récemment dans un tiroir du bureau de Lebesgue. Il me semble destiné aux étudiants de tous les âges, aux plus jeunes, surtout (car Lebesgue avait toujours pour eux un intérêt particulier), mais sans exclure, cependant, ceux d'entre nous qui sommes étudiants depuis une quarantaine d'années et même davantage, et dont Lebesgue avait coutume de dire: « Nous sommes tous jeunes, surtout ceux d'entre nous qui le sommes depuis longtemps. »

Pour être étudiant, ou tout au moins bon étudiant, il n'est pas indispensable de suivre le cours d'un professeur; et si on le suit, il faut le compléter par des lectures et des réflexions propres. Il faut avant tout chercher à bien lire et à bien penser; c'est ce que Lebesgue nous enseigne ici.

Ce qui est important dans un livre, ce n'est pas son texte même, ce sont plutôt les réflexions « en marge » qu'il nous suggère, ou qu'il devrait nous suggérer.

Le Calcul des variations, tel que l'avait compris Lebesgue, constitue un champ idéal pour en tirer des réflexions « en marge ». En suivant sa pensée, le lecteur apprendra bien plus qu'en suivant seulement un exposé formel, même très moderne. D'ailleurs, après avoir lu Lebesgue, il n'en sera que plus avide de compléter ses connaissances, en étudiant d'une façon d'autant plus approfondie les livres classiques d'Hadamard, de Tonelli, et de Carathéodory, par exemple, ainsi que le chapitre sur le Calcul des variations dans le beau traité de Hardy, Littlewood et Polya intitulé: *Inégalités*. Que la plupart de ces livres soient en langues étrangères, ce ne sera pas pour arrêter un étudiant sérieux, dont la curiosité a été éveillée: on ne s'effraye pas pour si peu quand on entre dans tout un monde nouveau de la pensée mathématique.

Une remarque de Lebesgue qui m'a particulièrement frappé, c'est que ses travaux se rattachent en somme à une blague de collégien, d'après laquelle, dans un triangle ABC , un côté BC serait égal à la somme $BA + AC$ des deux autres: on exprime pour cela BC comme limite géométrique d'une certaine ligne brisée, dont les côtés sont alternativement parallèles à BA et à AC , et dont on voit que sa longueur est égale à $BA + AC$.

L'étude des limites de telles lignes brisées conduit au cœur des recherches modernes sur le Calcul des variations.

En effet, elles conduisent d'une part, comme le remarque Lebesgue, à l'utilisation en Calcul des variations de la notion de semi-continuité inférieure qui a joué un rôle fondamental dans les travaux de Lebesgue, de Tonelli, de Mc Shane, ainsi que ceux de Rado et de Cesari sur l'aire des surfaces. D'autre part elles conduisent aussi à la notion de solution faible, exploitée de diverses façons par toute une série de mathématiciens contem-

porains, et en particulier, dans le Calcul des variations, par Mc Shane, par Fleming et par moi-même, sous la forme de courbe, ou de variété, généralisée.

Mon attention a été attirée sur les lignes brisées un peu autrement que celle de Lebesgue.

La première fois, c'est en essayant de prendre un raccourci à la montagne, où les sentiers montent en zig-zag: pour éviter de glisser en suivant le raccourci, il fallait encore diriger les pieds en zig-zag, donc je suivais en réalité toujours un chemin de même longueur que le sentier. Ce phénomène connu de tous ceux qui font du ski — car ils montent bien en zig-zag avec les skis — est typique d'un problème irrégulier du Calcul des variations, qu'on connaît sous le nom de problème de Maxwell, un phénomène tout semblable a lieu dans le problème de navigation à voile (problème de Zermelo).

La seconde fois, c'est à propos d'une bicyclette, achetée pendant mes premières années d'étudiant: les kilomètres se lisaient sur un petit appareil enregistreur, et je voulais absolument dépasser le nombre indiqué sur le vélo qu'un de mes amis avait acheté en même temps que moi. Puisque nous roulions toujours ensemble, l'idée me vint de suivre sur la route un chemin en zig-zag. Ce que je n'ai jamais pu comprendre, c'est que malgré ce chemin en zig-zag, mon vélo indiquait toujours le même nombre de kilomètres que celui de mon compagnon, qui roulait tout droit.

Sans doute le lecteur trouvera, lui aussi, parmi ses propres expériences, des événements qui ne s'accordent pas trop bien avec l'enseignement de ses professeurs.

Peut-être s'en servira-t-il pour démolir, avec cette belle intransigeance de la jeunesse, dont parle Lebesgue, ce qu'on lui aura enseigné. Ce qui importe, c'est qu'il apprenne à penser par lui-même, et qu'il le fasse d'autant plus, qu'il pénètre plus profondément dans la pensée mathématique des autres.

L.-C. YOUNG.