GEMEINSAME MATHEMATIKAUSBILDUNG DER ZUKÜNFTIGEN MATHEMATIKER UND PHYSIKER IM ERSTEN STUDIENJAHR

Autor(en): **PICKERT, G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1966)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-40734

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

GEMEINSAME MATHEMATIKAUSBILDUNG DER ZUKÜNFTIGEN MATHEMATIKER UND PHYSIKER IM ERSTEN STUDIENJAHR [1])

von G. PICKERT

An deutschen Universitäten gibt es im allgemeinen keine Trennung zwischen Mathematik- und Physikstudenten in den mathematischen Vorlesungen. Das hat den grossen Vorteil, den Studenten einen leichten Wechsel des Hauptfachs nach den Anfangssemestern zu ermöglichen. Doch entsteht auch ein schwerwiegender Nachteil: Die Physikprofessoren beklagen sich, dass die Mathematikvorlesungen zu systematisch sind: Gewisse Begriffsbildungen und Verfahren, die man schon früh in den Physikvorlesungen benötigt, erscheinen im mathematischen System zu spät. Sie beklagen sich auch darüber, dass die Studenten das Handhaben der verschiedenen Rechenverfahren, vor allem in der Infinitesimalrechnung, nicht hinreichend erlernen und statt dessen nur in der für den Physiker unnötigen Kunst des Beweisens unterrichtet werden.

Wenn ich im folgenden von Physikstudenten spreche, meine ich nur diejenigen, die nicht das Staatsexamen für das höhere Lehramt anstreben. Natürlich haben unsere Physikkollegen das Recht, diejenigen Sachgebiete der Mathematik festzulegen, welche ihnen für die Ausbildung der Physikstudenten (im eben erwähnten Sinne) erforderlich erscheinen. Andererseits meine ich aber auch, dass es Sache des Mathematikers ist, die Art und Weise zu bestimmen, in der diese Gebiete gelehrt werden. Man muss daher meines Erachtens vermeiden, dass die Physikprofessoren die Mathematikausbildung ihrer Studenten selber in die Hand nehmen, obwohl dies vielfach vorgeschlagen und angestrebt wird. Es wäre dies höchstens für spezielle mathematische Theorien angebracht, die in fortgeschritteneren Physik-

[1]) Zusammenfassung eines Vortrags, gehalten auf dem Kolloquium der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission vom 8.—10. Oktober 1964 im Centro Europeo Dell'Educazione, Frascati.

vorlesungen in einer auf deren besondere Bedürfnisse zugeschnittenen Art benötigt werden; keinesfalls kommt ein solches Verfahren aber für das erste Studienjahr in Frage, in dem es sich um die grundlegende Universitätsausbildung handelt. Andernfalls bestände die Gefahr, dass die Physikprofessoren die Mathematik nur in jener Form lehren, die sie in ihren eigenen Studienjahren kennengelernt haben, während die Mathematik sich auch in ihren Elementen ständig verändert. Gegenüber gegenteiligen Meinungen von Physikern muss in diesem Zusammenhang betont werden, dass es sich für uns Mathematiker bei dieser Änderung nicht um eine Art « Modeschwankung » handelt, die « im Zeitmittel » zu vernachlässigen sei, sondern um eine echte Weiterentwicklung.

Wir Mathematiker müssen uns nun also bemühen, den Physikstudenten diejenige Mathematikausbildung zu geben, die sie nötig haben. Ich möchte im folgenden andeuten, wie ich dies im ersten Studienjahr zu erreichen hoffe, ohne die Studenten nach ihren Hauptfächern (Mathematik, Physik) trennen zu müssen. In den beiden ersten Semestern handelt es sich um die Hauptvorlesungen « Analytische Geometrie » und « Infinitesimalrechnung » (auch « Differential- und Integralrechnung » oder « Analysis » genannt). Die Vorlesung « Analytische Geometrie » enthält heute hauptsächlich lineare und bilineare (in geringerem Umfang auch multilineare) Algebra. Dass in ihrem Namen das Wort « Geometrie » auftritt, scheint mir durch das Folgende gerechtfertigt: Die geometrische Anschauung wird zur Motivierung der algebraischen Begriffe benutzt, und die Ergebnisse algebraischer Verfahren ergeben insbesondere Sätze der zwei-und dreidimensionalen Geometrie. Auf diese Weise kommt man allerdings zur Algebra der Vektoren im Zwei- und Dreidimensionalen später, als dies vom Standpunkt der Physikvorlesungen geduldet werden kann. Daher wird am besten, abweichend von der mathematischen Systematik, eine Einführung dieser Vektorrechnung auf elementargeometrischer Grundlage vorgeschaltet, jedenfalls so lange, als noch nicht alle höheren Schulen ihren Abiturienten ein ausreichendes Wissen auf diesem Gebiet mitgeben. Die Begriffe des affinen Raumes und des Vektorraumes werden für beliebige endliche Dimension behandelt. Man

erreicht so geometrisch motivierte Lösungsverfahren für Systeme linearer Gleichungen ohne Beschränkung der Unbekanntenanzahl. Auch für den Physikstudenten dürfte die frühzeitige Bekanntschaft mit Räumen beliebiger Dimension nützlich sein, sofern dabei nicht die unbedingt erforderlichen Kenntnisse im Zwei- und Dreidimensionalen vernachlässigt werden. Ich halte es für einen verkehrten Weg, Vektorräume beliebiger endlicher Dimension erst als Unterräume eines Hilbert-Raumes auftreten zu lassen, wenn das in der Quantenmechanik nicht mehr zu vermeiden ist. Was den Skalarbereich betrifft, so scheint es mir als die angemessene (weil mühelos zu erreichende) Allgemeinheit, ihn in der affinen Geometrie als beliebigen Körper (gelegentlich unter Ausschluss der Charakteristik 2) anzunehmen. Damit ist nicht gemeint, den Studenten einen ungewohnten abstrakten Begriff « Körper » (im Sinne der Algebra) zuzumuten. Es genügt völlig festzustellen, dass von den vom Zahlenrechnen her bekannten Eigenschaften nur diejenigen vorausgesetzt werden, die eben die kennzeichnenden Eigenschaften eines Körpers bilden. In der metrischen Geometrie dagegen empfiehlt es sich, den Körper der reellen bzw. der komplexen Zahlen vorauszusetzen.

In der Infinitesimalrechnung wird man wohl am besten mit einer Zusammenstellung derjenigen Eigenschaften des Systems der reellen Zahlen beginnen, die dieses als angeordneten Körper mit Vollständigkeitseigenschaft (d.h. Existenz der oberen Grenze für jede nichtleere, nach oben beschränkte Menge) kennzeichnen. Diese Eigenschaften sollten auf anschaulich geometrischer Grundlage von der Schule her bekannt sein. Man betrachtet nun reelle Funktionen einer Veränderlichen, zuerst die rationalen Funktionen. Ausgehend von der Frage der Berechnung eines Funktionswertes mit vorgegebener Genauigkeit kommt man leicht zu dem in der allgemeinen Topologie üblichen Stetigkeitsbegriff. Die weitere Frage, ob sich eine gegebene Funktion an einer gegebenen Stelle so abändern lässt, dass die abgeänderte Funktion dort stetig wird, führt zum Grenzwertbegriff. Einführung der Stelle ∞ ergibt den Grenzwertgebriff für Folgen und Reihen als Sonderfall des allgemeinen Grenzwertbegriffs. Konvergenzkriterien möchte ich erst im zweiten Semester behandeln, da es mir wichtig erscheint, mittels des Grenzwertbegriffs rasch

zum Arbeiten mit Ableitungen und zu den Integralen stetiger Funktionen zu gelangen. Logarithmus und Arcustangens werden durch Integrale mit den Integranden t^{-1}, $(1+t^2)^{-1}$ eingeführt. Die Benennungen lassen sich unter Berufung auf Schulkenntnisse im ersten Fall durch die Funktionalgleichung, im zweiten durch den Zusammenhang mit dem Flächeninhalt eines Kreissektors motivieren. Möglicherweise wird in einigen Jahren das Meiste des bisher von der Infinitesimalrechnung Erwähnten bereits im Schulunterricht mit ausreichender Korrektheit behandelt werden, so dass man es dann in der Vorlesung nur zu wiederholen braucht. Zur Zeit ist dies noch nicht möglich. Doch erscheint mir auch die propädeutische Behandlung dieser Dinge im derzeitigen Schulunterricht als gute Vorübung, auf die ich bei den Studenten nur ungern verzichten würde. Der Theorie der Differentialgleichungen ist eine besondere Vorlesung im zweiten Studienjahr gewidmet. Da aber in den Physik-Vorlesungen schon früher lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten auftreten und deren Lösungen benötigt werden, muss man darauf bereits im ersten Semester eingehen. Unter Verzicht auf eine vollständige Theorie dieser Differentialgleichungen und bei Beschränkung auf das unbedingt Erforderliche ist das durchaus möglich. Aus der Taylor-Formel ergeben sich die Potenzreihenentwicklungen der elementaren Funktionen. Einiges über Fourier-Entwicklungen lässt sich anschliessen. Damit endet der in gewissem Sinn elementare Teil der Vorlesung. Als wesentlich schwierigere Fragen hat man nun zu behandeln

1) Konvergenzkriterien, absolute und gleichmässige Konvergenz (dabei wird man zweckmässigerweise den Begriff des normierten Raumes verwenden und auch komplexe Zahlen zulassen).
2) Differentialrechnung bei mehreren Veränderlichen, insbesondere der sogenannte Satz von den impliziten Funktionen.
3) Riemann-Integral bei Funktionen mehrerer Veränderlicher, allg. Satz von Stokes (unter besonderer Hervorhebung seiner Spezialfälle für die Dimensionen $\leqq 3$).

Bei diesem zweiten Teil der Vorlesung dürfte es ratsam sein, für diejenigen, die nicht an der Mathematik selber interessiert und mathematisch weniger begabt sind, in der folgenden Weise die

Teilnahme zu erleichtern: Schwierigere (oder auch nur langwierigere) Beweise werden in besonderen Ergänzungsstunden gebracht, auf die in der Hauptvorlesung nicht Bezug genommen wird.

Nicht nur für die Physikstudenten sondern auch für die späteren Mathematiker ist eine gute « Rechenübung » in allen auftretenden Verfahren (z.B. Auflösen von linearen Gleichungssystemen, Auswertung von Integralen) notwendig. Das Erwerben dieser Fähigkeit darf und braucht nicht zu geistlosem Drill zu führen: Jede Rechnung ist zu begreifen als Anwendung allgemeinerer Sätze und dient zugleich als Kontrolle, ob diese Sätze richtig aufgefasst wurden. Das Einüben geschieht in kleineren Gruppen unter Leitung von Assistenten. Der zukünftige Mathematiker muss allerdings hier auch das Beweisen üben. Auf derartige besondere Übungen wird man beim Physikstudenten verzichten können, obwohl den mathematisch Interessierteren unter ihnen auch die Beschäftigung mit « Beweis »-Aufgaben anzuraten ist.

G. Pickert
Mathematisches Institut
Justus-Liebig-Universität
(63) Giessen

vide-leer-empty