Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1970)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Theorem 1.4, for $d = 3$ and special measures, may be found in the book of Blaschke [5] (p. 152, 154-155). The general case is due to A. D. Aleksandrov [1] (§8) (though in the form of a seemingly more special geometric theorem); compare also Petty [16] (p. 1545-1546). The case $d = 3$ (and φ specialized) of Theorem 1.5 is due to Funk [9]; another proof (of special cases in geometric formulation) has been given by Kubota [11]. The common generalization of both uniqueness theorems, which is given above, may be found in [18]. To this paper we refer also for references to the known geometric consequences of Theorems 1.4 and 1.5, as well as for some new applications thereof.

The question leading to Theorem 1.5 can be generalized in the following way: Let $D \subset \Omega_d$ be any domain, and let us say for the moment that D is *non-special* if and only if every measure φ on Ω_d for which $\varphi(D') = 0$ for each domain D' (properly) congruent to D, must vanish identically; otherwise D is called *special*. If D is a spherical cap of radius $\alpha \in (O, \pi)$, it has been shown that D is special if and only if α is contained in a certain set of values which is denumerable and dense in (O, π) (Ungar [21], more general in [18]). Ungar [21] has given an example of a non-circular special domain on Ω_3. Now Theorem 2.1 (if generalized to piecewise continuous functions) allows, at least theoretically, to decide whether a given domain $D \subset \Omega_d$ is non-special: For this to be the case it is necessary and sufficient that

$$\int_D Y_{ni}\, d\omega \neq 0$$

for each $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$ and some $i \in \{1, \dots, N_{d,n}\}$. Thus the answer depends on the computation of denumerably many definite integrals.

Finally we mention that a special case of the 2-dimensional analogue of Theorem 2.1 was used by Görtler [10] in characterizing those pairs of plane convex domains whose mixed area is invariant under arbitrary (non-simultaneous) motions of the domains.

REFERENCES

[1] Aleksandrov, A. D., Zur Theorie der gemischten Volumina von konvexen Körpern. II. (Russian, German summary.) *Mat. Sbornik*, N.S. 2 (1937), 1205-1238.

[2] Berwald, L., Integralgeometrie 25. Über die Körper konstanter Helligkeit. *Math. Z.*, 42 (1937), 737-738.

[3] Blaschke, W., Eine kennzeichnende Eigenschaft des Ellipsoids und eine Funktionalgleichung auf der Kugel. *Ber. Verh. Sächs. Akad. Leipzig*, 68 (1916), 129-136.

[4] —— Über affine Geometrie. IX. Verschiedene Bemerkungen und Aufgaben. *Ber. Verh. Sächs. Akad. Leipzig*, 69 (1917), 412-420.
[5] —— *Kreis und Kugel.* 2nd ed., W. de Gruyter, Berlin 1956.
[6] BONNESEN, T. and W. FENCHEL, *Theorie der konvexen Körper.* Springer, Berlin 1934.
[7] CHAKERIAN, G. D., The affine image of a convex body of constant breadth. *Israel J. Math.*, 3 (1965), 19-22.
[8] FUNK, P., Über Flächen mit lauter geschlossenen geodätischen Linien. *Math. Ann.*, 74 (1913), 278-300.
[9] —— Über eine geometrische Anwendung der Abelschen Integralgleichung. *Math. Ann.*, 77 (1916), 129-135.
[10] GÖRTLER, H., Zur Addition beweglicher ebener Eibereiche. *Math. Z.*, 42 (1937), 313-321.
[11] KUBOTA, T., Einige Probleme über konvex-geschlossene Kurven und Flächen. *Tôhoku Math. J.*, 17 (1920), 351-362.
[12] MATSUMURA, S., Eiflächenpaare gleicher Breiten und gleicher Umfänge. *Jap. J. Math.*, 7 (1930), 225-226.
[13] MEISSNER, E., Über die durch reguläre Polyeder nicht stützbaren Körper. *Vierteljahresschr. Naturf. Ges. Zürich*, 63 (1918), 544-551.
[14] MINKOWSKI, H., Über die Körper konstanter Breite. *Mat. Sbornik*, 25 (1904), 505-508 (Russian); Ges. Abh., Vol. II, 277-279.
[15] MÜLLER, C., *Spherical harmonics.* Lecture Notes in Math., 17. Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1966.
[16] PETTY, C. M., Centroid surfaces. *Pacific J. Math.*, 11 (1961), 1535-1547.
[17] SCHNEIDER, R., Functions on a sphere with vanishing integrals over certain subspheres. *J. Math. Anal. Appl.*, 26 (1969), 381-384.
[18] —— Über eine Integralgleichung in der Theorie der konvexen Körper. *Math. Nachr.* 44 (1970), 55-75.
[19] —— Gleitkörper in konvexen Polytopen. *J. reine angew. Math.* (to appear).
[20] —— On Steiner points of convex bodies *Israel J. Math.* (to appear).
[21] UNGAR, P., Freak theorem about functions on a sphere. *J. London Math. Soc.*, 29 (1954), 100-103.
[22] WEYL, H., Harmonics on homogeneous manifolds. *Ann. of Math.*, 35 (1934), 486-499.

(Reçu le 30 juillet 1970)

Technische Universität Berlin
Mathematisches Institut
D-1 Berlin

vide-leer-empty