LA TRANSMISSION DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES HIER, AUJOURD'HUI, DEMAIN

Autor(en): **Glaeser, Georges**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-45378

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

LA TRANSMISSION DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES HIER, AUJOURD'HUI, DEMAIN

par Georges GLAESER [1])

Il n'est pas de mathématique moderne opposée à la mathématique classique — l'a-t-on assez répété ? Cependant l'art de transmettre la connaissance scientifique a subi des changements spectaculaires: depuis un siècle la signification de l'expression « apprendre des mathématiques » a complètement changé.

C'est à l'analyse de ces bouleversements qu'est consacrée cette conférence. Nous distinguerons — pour schématiser — trois conceptions de la communication des idées mathématiques: la pédagogie *impressionniste*, la pédagogie de *l'exposition*, la pédagogie *dynamique*.

* * *

Les mathématiciens des siècles passés se faisaient facilement comprendre lorsqu'il s'agissait d'expliquer le corps même d'une science élaborée. C'est le début et les fondements qui leur causaient des difficultés: dès que le « dispositif » était en place, il le faisait « tourner » d'une façon qui nous satisfait en gros aujourd'hui.

Pour exprimer par contre certaines subtilités, ils ne disposaient pas d'un vocabulaire précis susceptible d'être compris par n'importe quel interlocuteur intelligent.

Aussi ne trouve-t-on pas dans leurs écrits les définitions des « mots-clés » qui désignent les concepts fondamentaux. Au contraire, ils se contentent de *suggérer* une situation mal délimitée, dont le mathématicien a une conscience claire et distincte (?), mais qu'il ne parvient pas à communiquer.

Le lecteur doit acquérir, lui aussi, une certaine familiarité avec le maniement de ces concepts. Il s'établit alors une sorte de complicité entre l'enseignant et l'enseigné au sujet de la signification à attribuer aux mots: il est bien entendu qu'il ne s'agit pas de les prendre à la lettre.

---

[1]) Conférence prononcée aux journées A.P.M. de Lyon à l'occasion du centenaire de la Société Mathématique de France.

Voici quelques échantillons de ce style: [1])

« On appelle *grandeur* tout ce qui est susceptible de varier.»

« On appelle quantités *variables* celles qui augmentent ou diminuent continuellement, et au contraire constantes celles qui demeurent les mêmes pendant que les autres changent.»

« La *ligne droite* est celle qui repose également sur ses points » (Euclide).

« Les *quantités négatives* sont de même nature que les positives, mais prises dans un sens contraire.»

« Une *série* est une suite de termes positifs ou négatifs dont le nombre est illimité.»

On aurait tort de considérer ces citations uniquement comme un charabia informe: leurs auteurs — que ce soit d'Alembert, Euler, Leibnitz ou Lagrange — avaient une intuition très profonde de ces notions. Et d'ailleurs ces « définitions » (?) avaient une certaine efficacité en tant qu'instrument de communication: elles n'étaient d'ailleurs destinées qu'aux rares individus doués de la fameuse *bosse des mathématiques*, c'est-à-dire à ceux qui avaient le don de deviner instinctivement ce qu'un tel texte suggère d'une façon imprécise.

C'est ce qui explique qu'une profusion d'erreurs grossières se retrouvent dans les éditions successives des traités du XIXe siècle, sans que nul lecteur ne les signalent, pour correction.

Dans l'ouvrage-type, le *Cours d'Analyse* de l'Ecole Polytechnique (1841) de Jean-Marie DUHAMEL, on lit:

« On nomme *limite* d'une quantité variable, une quantité fixe, dont elle approche indéfiniment.»

Duhamel sait parfaitement que la suite $u_n = 1/n$ ne tend pas vers -10, dont cependant elle approche indéfiniment. Mais nul ne relève le lapsus, car le lecteur est sensé savoir que ce n'est pas cela que le texte *voulait* dire. Nul ne se soucie de ce que le texte, pris littéralement, exprime effectivement.

Plus loin « Une fonction est dite *continue* lorsqu'en faisant varier d'une manière continue les quantités dont elle dépend, elle est constamment réelle et ne peut passer d'une valeur à une autre sans passer par tous les intermédiaires ».

On pourrait demander à l'Illustre Géomètre, s'il pense que la fonction égale à $\sin(1/x)$ pour $x \neq 0$ et prenant une valeur arbitraire de module inférieur à 1 pour $x = 0$ est continue, puisqu'elle satisfait à sa définition.

---

[1]) Les références [9] et [10] de la bibliographie en contiennent un très grand nombre, puisés aux meilleurs auteurs.

Et l'on pourrait remarquer que la différence de deux fonctions distinctes n'y satisfait plus.

Mais Duhamel considère sans doute, que de telles fonctions sortent manifestement du champ des situations qu'il désire évoquer: ceux qui ne comprennent pas cela n'ont décidément pas la bosse des mathématiques!

La suite de l'ouvrage n'est d'ailleurs nullement affectée par l'impressionnisme des pseudo-définitions précédentes. En fait l'auteur ne les utilise jamais, n'en tire aucune conséquence et l'on chercherait en vain — et pour cause — un théorème affirmant la continuité de la somme et de la différence de deux fonctions continues (le contre-exemple précédent montre, que dans le contexte de l'auteur, un tel « théorème » serait faux, bien qu'il le considère, sans doute, comme trop évident pour mériter démonstration).

Cependant, certains « bons esprits » s'entêtent à ne pas comprendre. Et parmi eux, l'évêque BERKELEY intitule plaisamment un de ses essais *Une défense de la libre-pensée en mathématique*, où il réclame le droit de ne pas comprendre ce que sont les éléments infinitésimaux de Leibnitz.

Pour faire face à ces polémiques continuelles, et pour préciser davantage leur pensée, la plupart des auteurs mathématiciens doublent leurs écrits scientifiques de commentaires heuristiques qui « expliquent » ce que leurs traités ne révélaient pas à la première lecture. Ainsi Duhamel a produit un ouvrage en cinq tomes: *Des méthodes dans la science du raisonnement* [1].

De même Lazare CARNOT publie en 1797 ses *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal* (réédité en 1921 par Gauthier-Villars).

Il y écrit:

> « Comme tout ce qui est extrême échappe aux sens et à l'imagination, on n'a jamais pu se former qu'une idée imparfaite de ces éléments (... il s'agit des infiniments petits) espèces d'êtres singuliers qui tantôt jouent le rôle de véritables quantités, tantôt doivent être traités comme absolument nuls et semblent par leurs propriétés équivoques tenir le milieu entre la grandeur et le zéro, entre l'existence et le néant.»

Le grand Carnot se propose donc d'apporter quelques « éclaircissements ». Son texte est un chef-d'œuvre de pédagogie impressionniste; aux commentaires obscurs de ses devanciers il substitue des commentaires plus suggestifs...

La pédagogie impressionniste ne peut aboutir, que si les situations évoquées éveillent effectivement quelques réminiscences chez l'interlocuteur. Elle est particulièrement inefficace lorsqu'il s'agit d'exposer des questions qui bouleversent les habitudes intellectuelles.

Ainsi Evariste Galois a été victime du style pédagogique de son temps tel qu'il l'emploie. Ses écrits, très éclairants pour quiconque sait déjà ce qu'est la théorie de Galois, étaient très difficiles à comprendre pour ses contemporains.

De même la pédagogie impressionniste s'est révélée très mal adaptée à la diffusion des idées d'Einstein à leur parution. Accumulant des commentaires basés sur des analogies simplistes, plus ou moins suggestives, la relativité a mis plusieurs décades pour conquérir son premier public. La résistance aux idées d'Einstein prend parfois l'aspect d'une contestation des axiomes physiques proposés. Mais, beaucoup plus souvent les détracteurs comprennent très mal ces axiomes. Dans une mesure non négligeable il s'agit donc d'un défaut de communication.

La pratique du style impressionniste s'est perpétuée presque jusqu'à nos jours. C'est flagrant en ce qui concerne le calcul des probabilités et la géométrie différentielle. L'œuvre d'Elie Cartan, qui repose sur une compréhension si exceptionnellement profonde du fait géométrique est rédigée en un style impressionniste. Ne lit-on pas sous sa plume: « La notion de variété est difficile à définir.» Et il enchaîne aussitôt: « Soit M une variété...»

L'usage d'un style imagé, mais imprécis a contribué à faire surgir des « crises » en mathématiques causées par l'apparition des paradoxes. Ces crises ont été toutes dénouées mais les mathématiciens se sont convaincus de la nécessité d'un autre mode de formulation, permettant de présenter des questions sans ambiguïtés, et aussi de transmettre des connaissances sans exiger de l'interlocuteur qu'il soit extra-lucide.

C'est au XXe siècle que s'édifie *la pédagogie de l'exposition.*

Ce progrès est rendu possible grâce à l'élaboration préalable de la théorie des ensembles, de la logique, de l'axiomatique.

Le langage ensembliste et le symbolisme logique servent de cadre à un *codage* des mathématiques. La liste exhaustive des notions premières et des symboles primitifs est soigneusement dressée. Tout autre concept est défini à partir de là. Toute définition est destinée à être prise à la lettre: pour savoir ce qu'elle représente il suffit de la décoder.

L'exposé des théories se fait sur le mode axiomatique. La liste des énoncés préalablement admis (axiomes) est établie au départ. Tout théorème s'en déduit formellement par application de règles logiques. Le champ de validité de chaque théorème est précisé dans chaque énoncé.

Un des procédés de ce mode d'exposition est l'emploi de symboles concis destinés à résumer de très longues explications. Inversement, le lecteur qui veut décoder la locution « Espace de Banach » bute successivement sur des

expressions telles que « espace métrique complet » ou, plus loin, sur **R** (corps des nombres réels). En définitive cela suppose des mois et des années d'études préalables pour se familiariser avec la richesse d'information incluse dans certains mots d'usage courant. Bien entendu, ce phénomène de « mise en conserve » de longs développements à l'aide d'abréviations se trouve également chez les auteurs anciens. Mais, certainement pas d'une façon aussi systématique, ne serait-ce que parce que, en substituant successivement la définition à chacun des signes, on aboutissait rapidement sur des notions présentées à l'aide d'une pseudo-définition impressionniste.

Ce mode de transmission de la pensée mathématique est assez efficace; il ne suppose pas de don exceptionnel chez l'interlocuteur, hormis une certaine habitude, une ténacité dans le décodage et une discipline de l'esprit qui exclut toute rêverie et toute référence à l'informulé.

Accessoirement, le langage mathématique moderne, s'est révélé, par certains de ses aspects, *un merveilleux outil de découverte.*

Nombreux sont les problèmes importants qui n'ont pu être résolus que récemment, parce qu'un langage imparfait ne permettait pas de les formuler avec précision, ni de décrire avec ambiguïté le champ de validité du résultat.

Et puis, la plupart des situations pratiques que l'on doit mathématiser, dépendent d'un très grand nombre de variables ou paramètres (citons à titre d'exemple, la météorologie, ou l'économie politique). Si l'on veut les aborder avec les schémas de la mathématique élémentaire, on aboutit, soit à des théories simplistes et naïves, soit à des calculs inextricables.

Les calculs vectoriel, matriciel, tensoriel ainsi que l'algèbre homologique permettent de manier de grandes quantités d'information à l'aide de symboles très concis, dont la définition et les propriétés, fort longues à expliciter, sont stockées ailleurs. Le lecteur peut s'y référer à chaque instant, mais il se garde de le faire inconsidérément et c'est en cela que le procédé s'avère particulièrement efficace.

Pour prouver l'efficacité des algorithmes modernes, il n'est que d'énumérer quelques conquêtes récentes inabordables au siècle dernier.

La théorie des fonctions de plusieurs variables complexes, a priori si importante pour les sciences appliquées, n'a pris son véritable essor que depuis trente ans, lorsque le langage des variétés, des faisceaux, de la cohomologie a été élaboré.

Citons aussi la découverte de quelques groupes simples dont le moindre, découvert par JANKO en 1965 est d'ordre 175.560 (nul physicien, qui s'est penché sur la complexité du spectre de l'hydrogène ou sur la structure des macromolécules ne peut affirmer, à priori que de tels résultats sont dénués

d'intérêt pratique). La découverte et l'étude des variétés différentielles « exotiques » plongées dans des espaces de plus de dix dimensions (J. MILNOR), la mise en évidence de nouveaux types de singularités d'application différentiables qui ne s'expriment qu'à l'aide de fonctions de plus de quatorze variables (J. MATHER), etc.

Lorsque René THOM affirme dans un article qui a fait beaucoup de bruit [2] (notamment auprès de gens qui n'en ont lu que le titre), que « l'axiomatique n'a produit aucun théorème neuf de quelque importance », il a raison mais ne précise pas suffisamment sa pensée. S'il veut dire que la légifération « à vide », sans référence a des problèmes intéressants, sur des systèmes d'axiomes artificiels, ne fournit que de piètres résultats, on ne peut que l'approuver. Mais tous les progrès significatifs obtenus depuis trente ans — dans une période exceptionnellement féconde pour la découverte mathématique — ont bénéficiés de la mise en place de moyens d'expressions, tant formels que sémantiques, qui sont directement issus de l'effort axiomatique.

René THOM participe lui-même à cet effort, avec son tempérament propre. Ce n'est pas un hasard si un savant tel que Hassler WHITNEY dont les travaux sont particulièrement appréciés de René THOM, et qui a résolu plusieurs des problèmes les plus importants et les plus difficiles dans le domaine de l'analyse et de la topologie différentielle, a aussi contribué à élaborer certaines axiomatisations fondamentales (variétés différentielles, produits tensoriels, stratifications, classes caractéristiques, etc.). En fait, à partir de problèmes qui se posent naturellement, on se livre, entre autre à une activité de clarification axiomatique qui fait partie intégrante de la découverte.

* * *

Revenons maintenant au rôle du langage moderne, en tant qu'instrument de communication. Nous allons examiner sur un exemple, la situation nouvelle où se trouve l'apprenti-mathématicien lorsqu'il veut s'informer.

La plupart de nos contemporains restent perplexes si on leur déclare:

Tout groupe fini d'ordre impair est résoluble.

Mais s'ils veulent savoir ce que cela signifie, ils n'ont pas besoin d'être doués d'une « bosse spéciale ». Qu'ils étudient dans les traités d'algèbre ce qu'est un groupe fini d'ordre impair (resp. un groupe résoluble) et ils auront « compris » cet énoncé.

S'ils s'intéressent à la preuve de ce théorème, il leur « suffira » (si l'on ose s'exprimer ainsi) de se reporter au célèbre mémoire, [3] où John THOMPSON et Walter FEIT ont condensé en 280 pages la démonstration qu'ils ont établie en 1963. (C'est pour des exploits de cette envergure que Thompson obtint la médaille Field en 1970.)

Ce texte en six chapitres, est évidemment impressionnant à décoder. Mais il n'est *pas obscur*. S'il paraît difficile par endroit, c'est que le lecteur n'a pas suffisamment assimilé, au préalable, les connaissances requises pour aborder cette lecture, et dont la liste est soigneusement dressée au début du mémoire.

Analysons le niveau de compréhension auquel aboutira notre apprenti-algébriste lorsqu'il aura mené à bien ce redoutable programme de travail. Il aura éprouvé la rigueur de chacun des syllogismes qui composent cette chaîne déductive et sa compréhension du théorème de THOMPSON et FEIT sera analogue à la connaissance que l'on aurait de la tour Eiffel, si l'on se bornait à vérifier la position et la solidité de chaque rivet, sans jamais contempler l'édifice. Comme le remarque justement René Thom, la rigueur est une propriété *locale* du raisonnement mathématique.

Réagissant contre les excès littéraires des exposés impressionnistes, le mémoire de THOMPSON et FEIT ne comporte ni préface, ni commentaire. Et par conséquent, il ne fournit aucune réponse aux questions suivantes:

— En quoi la notion de groupe résoluble est-elle si importante ?

— Quel est le fil directeur qui a guidé les deux éminents algébristes pour venir à bout de leur tâche ?

Et cependant, on ne peut prétendre avoir compris le théorème de THOMPSON et FEIT si l'on n'a pas quelques lumières sur ces questions.

Du point de vue de la pédagogie de l'exposition, l'excellent élève est celui qui a décodé (et qui saura décoder ultérieurement) une grande masse de connaissances présentées chaque fois dans *la* version correcte.

Mais on souhaiterait aussi qu'il soit doué d'une bosse des mathématiques de seconde espèce (distincte de celles de nos aïeux) qui lui permette d'entrevoir les motivations, les idées générales, les arguments sémantiques et heuristiques, et qui lui permette de porter un jugement de valeur sur l'importance des questions qu'il étudie. Sans oublier les dons d'imagination et de créativité.

Parmi les mathématiciens de première force, actuellement vivants, il en est qui se distinguent de leurs pairs par des dons de cette nature encore plus développés, et c'est cela qui constitue leur génie.

* * *

Mais, pour porter une appréciation sur des élèves moins exceptionnels, on ne peut pas se borner à s'interroger sur ce qu'ils savent (c'est-à-dire ce qu'ils ont décodé). Il faut aussi se demander: « Que savent-ils faire ? De quoi ont-ils entendu parler d'une façon plus informelle ?

Que savent-ils faire ? Et en particulier, savent-ils résoudre eux-mêmes des problèmes ? Le cri d'alarme lancé depuis cinquante ans par Georges POLYA [4] contre un enseignement où le problème et l'heuristique sont absents, rencontre de plus en plus d'échos.

D'autre part, sont-ils capables de mener un calcul à son terme sans commettre d'erreurs ? Et c'est ici l'occasion de noter une hérésie pédagogique répandue dans les amphithéâtres qui est, hélas, dans la logique de la pédagogie de l'exposition: le professeur détaille, au tableau, un long calcul, faute de quoi sa démonstration ne serait pas complète; l'auditoire assiste passivement à l'effort magistral, et se borne à noter le résultat. Ne serait-il pas plus profitable que ce soit l'auditoire qui calcule, encouragé et conseillé par le professeur ?

La pédagogie de l'exposition évite de fournir des informations incomplètes: à propos de chaque théorie on n'a pas le choix. Ou bien on la connaît, c'est-à-dire que l'on a déchiffré l'exposé idéal, dans son unique formulation correcte, ou bien on ignore à peu près tout de cette théorie. La pédagogie de l'exposition méprise toute connaissance acquise par ouï-dire.

* * *

On aura noté que la critique précédente est résolument *postbourbachique*. Elle affirme que l'effort de formalisation et d'axiomatisation a constitué une étape obligatoire et féconde dans l'histoire des mathématiques. Il est à l'origine d'un nombre impressionnant de découvertes importantes en mathématique pure et en mathématique appliquée. Faute de le proclamer, on risque de se retrouver en mauvaise compagnie avec tous les attardés qui s'opposent à l'innovation en flattant l'ignorance et la paresse.

Mais le développement de la pédagogie de l'exposition a contribué à créer un schéma unique de présentation de la connaissance. Il est important d'inventer et de populariser de nombreuses autres formules d'enseignement et de transmission des connaissances, et de les adapter chacune à leur objet particulier.

C'est d'autant plus urgent que le problème de la transmission des connaissances devient crucial pour la science. Le chercheur est submergé par des publications nouvelles, et le travail de dépouillement constitue une tâche importante, jamais achevée, à laquelle il faut faire face. Lorsqu'alerté par la rumeur publique le mathématicien décide d'entreprendre l'étude de certains travaux de taille imposante, il accueillera avec reconnaissance une rédaction qui lui facilite la compréhension. On pardonne aisément si le contenu du mémoire justifie une étude très minutieuse, mais on ne manque pas d'être agacé lorsqu'une mauvaise pédagogie crée des difficultés artificielles.

Il s'agit donc de perfectionner une *pédagogie dynamique*, qui continue à prendre en charge le contenu scientifique du message à transmettre, mais qui se préoccupe aussi de la réception du message. Elle s'adapte aux aptitudes des individus auxquels elle s'adresse.

S'inspirant de ce qui est de règle, en musique, elle introduit, parallèlement à l'exposé, par ailleurs correctement codé, la notion de nuance. Ici un passage banal est exécuté pianissimo et prestissimo; mais à l'approche de l'argument crucial, la clé du raisonnement est annoncée par un crescendo suivi du fortissimo et du lento final. Certes de telles indications se rencontrent parfois. Bourbaki utilise le signe Z pour annoncer un contre-sens possible. Il le fait d'ailleurs avec une certaine mauvaise conscience car un texte correct ne devrait selon lui prêter à contre-sens, dans le cadre de la pédagogie de l'exposition. Il reconnaît cependant que son lecteur peut avoir des instants d'inattention: c'est là une concession à l'humaine faiblesse. Les maisons d'édition font actuellement de gros efforts pour utiliser la diversité typographique en couleur. Mais, pour que cette technique porte ses fruits, il faut que l'auteur analyse longuement l'importance de ces impacts visuels. Sinon, on aboutit à ces livres où tout est souligné, mais où les idées importantes n'ont pas été dégagées dans le texte.

La pédagogie dynamique établit le programme des matières à enseigner sur des critères très divers, et ne s'en tient pas uniquement à l'importance du contenu scientifique. On connaît la brillante diatribe de J. DIEUDONNÉ [6] contre les excès de la trigonométrie. Mais le pédagogue reconnaît à la trigonométrie des vertus que la pédagogie de l'exposition n'envisage même pas: en effet, le calcul trigonométrique se distingue du calcul algébrique élémentaire par une structure plus riche. Loin de se laisser guider par « l'âne qui trotte », on doit constamment choisir et combiner. Bref le calcul trigonométrique apporte peu de connaissances, mais développe des aptitudes. Reste

à examiner s'il n'existe pas d'autres chapitres de la science qui cumulent les deux qualités.

Car, contrairement à ce qu'affirme René Thom, on peut trouver de nombreux problèmes d'algèbre élémentaire qui développent des aptitudes analogues. Mais comme ils sortent de la tradition scolaire, il faut les collectionner dans les mémoires originaux et cela suppose une véritable recherche que les I.R.E.M. doivent entreprendre.

La pédagogie dynamique varie les styles d'expositions: grosso modo le cours magistral favorise l'exposition dogmatique, tandis que l'enseignement « par fiches » suscite une attitude active de la part de l'élève. Mais bien entendu, il existe des cours magistraux vivants, et certaines fiches (en particulier dans l'enseignement programmé) « mâchent le travail » au point d'atrophier l'esprit d'initiative. On peut imaginer des programmes d'enseignement à l'université comportant un nombre réduit d'exposés « corrects » en langage moderne. Mais le curriculum peut également comporter une première initiation à la topologie algébrique développée à la manière d'une visite au Zoo. On y étudierait en profondeur un certain nombre de situations typiques, un peu dans le style de SEIFERT et THRELLFALL [5].

Cette pédagogie n'est évidemment pas un simple retour aux errements impressionnistes, dans la mesure où l'on est assuré qu'il existe des exposés « corrects » auxquels on pourrait se reporter.

Certaines parties des mathématiques ne valent pas la peine d'être « exposées ». Par exemple, pour se familiariser avec les fonctions spéciales (eulériennes, de Bessel, elliptiques, etc.) il vaut bien mieux faire et refaire soi-même des calculs, que de contempler passivement un professeur débitant un cours magistral sur cette branche de l'analyse.

De même, tous les créateurs de l'algèbre homologique répètent, à l'envi qu'il s'agit d'un recueil de trivialités. Ils ont grossièrement tort. C'est *l'exposé* de l'algèbre homologique, avec ses vérifications fastidieuses et faciles qui est trivial. L'invention de tout ce dispositif est au contraire très astucieuse. Mais ce que l'apprenti-mathématicien devait surtout en connaître c'est essentiellement le *mode d'emploi* de cette machine à raisonner sur des espaces quotients et des sous-espaces. A côté de la profusion des livres qui « exposent » l'algèbre homologique, on attend encore l'ouvrage vraiment important: la méthodologie sur l'art et la manière d'utiliser les techniques homologiques.

La nécessité de ne plus couler tout l'enseignement des mathématiques dans un seul moule commence à être largement reconnue. L'avènement de la pédagogie de demain est brillamment annoncé par divers indices: il est

significatif que l'auteur des « fondements de l'analyse moderne » [7] ait publié aussi un chef-d'œuvre [8] qu'il aurait dû intituler « les perles de l'analyse classique », véritable pastiche à rebours de l'ouvrage précédent. En saluant, comme un présage, cet Anti-Dieudonné, par Dieudonné lui-même, on veut marquer le caractère dialectique de la transformation de la pédagogie des mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

A. *Ouvrages signalés dans le texte, sans référence :*

[1] DUHAMEL. Des méthodes dans la science du raisonnement.

[2] THOM, R. Les Mathématiques modernes. Une erreur pédagogique et philosophique. *L'Age de la Science*, 3, pp. 225-242 (1970).

[3] THOMPSON and FEIT. Solvability of groups of odd order. *Pacific journal of Math.* (1963), vol. XIII, pp. 775-1029.

[4] POLYA, G. La découverte mathématique. Paris, Dunod, 1967.

[5] SEIFERT und THRELLFALL. Lehrbuch der Topologie. Chelsea Publishing Company, New York (réimpression de l'édition de 1934).

[6] DIEUDONNÉ. Algèbre linéaire et géométrie élémentaire. Hermann, Paris, 1964.

[7] —— Les Fondements de l'Analyse classique. Gauthier Villars, 1963.

[8] —— Calcul Infinitésimal. Hermann, Paris, 1963.

B. *Sur le style impressionniste, on devra se reporter directement aux textes classiques. Consulter aussi :*

[9] PEANO, G. Opere Scelte (3 volumes), Edizioni Cremonese, Roma, 1957. (Peano a été un des meilleurs critiques du style impressionniste et un des artisans de la pédagogie de l'exposition.)

[10] ROBINSON, A. Non Standart Analysis. North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966. (Notamment le chapitre X.)

C. *Sur l'ampleur des découvertes récentes en mathématiques, une première approche peut être fournie par les*

[11] Articles *Mathematics* des Book of the Year publié par *Encyclopaedia Britannica.*

(Reçu le 20 septembre 1972)

Georges Glaeser
I.R.E.M.
Département de Mathématiques
5, rue Descartes
F-67 — Strasbourg.

vide-leer-empty