**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
**Band:** 18 (1972)
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** FIBRES EN DROITES ET FEUILLETAGES DU PLAN
**Autor:** Godbillon, Claude
**Kapitel:** 1. Introduction
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-45373

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 16.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# FIBRÉS EN DROITES ET FEUILLETAGES DU PLAN

par Claude GODBILLON

## 1. INTRODUCTION

Il est bien connu que tout feuilletage $\mathscr{F}$ du plan $\mathbf{R}^2$ possède les propriétés suivantes:

(i) $\mathscr{F}$ est orientable;

(ii) chaque feuille de $\mathscr{F}$ est fermée dans $\mathbf{R}^2$ et homéomorphe à la droite réelle $\mathbf{R}$: Poincaré-Bendixson;

(iii) l'espace des feuilles $X$ de $\mathscr{F}$ est une variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexe (en général non séparée): Haefliger-Reeb [2];

(iv) la projection $p: \mathbf{R}^2 \to X$ est une fibration localement triviale: Whitney [4].

Inversement d'ailleurs si $X$ est une variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexe, et si $\eta: E \xrightarrow{p} X$ est un fibré localement trivial en droites réelles sur $X$, l'espace total $E$ est une variété topologique de dimension 2 à base dénombrable et acyclique. Si elle est séparée elle est homéomorphe au plan $\mathbf{R}^2$, et les fibres de $\eta$ déterminent un feuilletage du plan.

Deux feuilletages (orientés) $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ de $\mathbf{R}^2$ sont *conjugués* s'il existe un homéomorphisme $h$ du plan transformant les feuilles de l'un en les feuilles de l'autre. On peut de plus imposer à l'homéomorphisme $h$ de conserver l'orientation du plan $\mathbf{R}^2$, ou d'être compatible avec les orientations des feuilletages, ou encore d'avoir simultanément ces deux propriétés (cette dernière situation a été étudiée par Kaplan [3]).

Dans chacun de ces cas les espaces des feuilles $X$ et $X'$ de $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ sont homéomorphes, et les fibrés $p: \mathbf{R}^2 \to X$ et $p': \mathbf{R}^2 \to X'$ sont isomorphes [1]).

---

[1]) Deux fibrés $p: E \to X$ et $p': E' \to X'$ sont *isomorphes* s'il existe des homéomorphismes $F: E \to E'$ et $f: X \to X'$ tels que $p' \circ F = f \circ p$. Lorsque $X = X'$ et $f = id._X$ on dit qu'ils sont *équivalents*.

On peut donc ramener le problème de la classification des feuilletages du plan aux deux problèmes suivants:

(i) classifier les variétés topologiques de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexes;

(ii) classifier sur une telle variété les fibrés en droites localement triviaux ayant un espace total séparé.

## 2. Un exemple important: le branchement simple [1]

Le *branchement simple* $Z$ est la variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et contractile obtenue à partir de l'espace somme de deux exemplaires $R_1$ et $R_2$ de la droite réelle $\mathbf{R}$ en identifiant les points $x_1 \in R_1$ et $x_2 \in R_2$ pour $x_1 = x_2 < 0$.

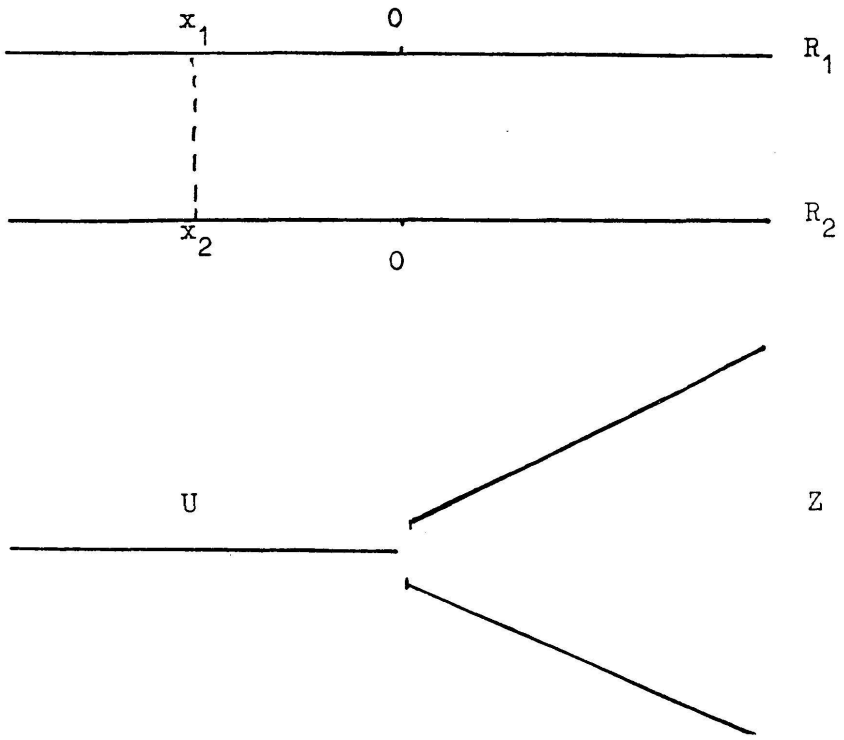


Fig. 1

On identifie à $]-\infty, 0[$ l'ouvert $U$ de $Z$ correspondant aux points $x_1 < 0$ de $R_1$.

La donnée d'un fibré en droites localement trivial $\eta : E \xrightarrow{p} Z$ sur $Z$ est équivalente à celle d'une application continue $g$ de $U$ dans le groupe $G$ des homéomorphismes de $\mathbf{R}$.