2. Un exemple important: le branchement simple [1]

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

On peut donc ramener le problème de la classification des feuilletages du plan aux deux problèmes suivants:

(i) classifier les variétés topologiques de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexes;

(ii) classifier sur une telle variété les fibrés en droites localement triviaux ayant un espace total séparé.

2. Un exemple important: le branchement simple [1]

Le *branchement simple* Z est la variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et contractile obtenue à partir de l'espace somme de deux exemplaires R_1 et R_2 de la droite réelle $\mathbf{R}$ en identifiant les points $x_1 \in R_1$ et $x_2 \in R_2$ pour $x_1 = x_2 < 0$.

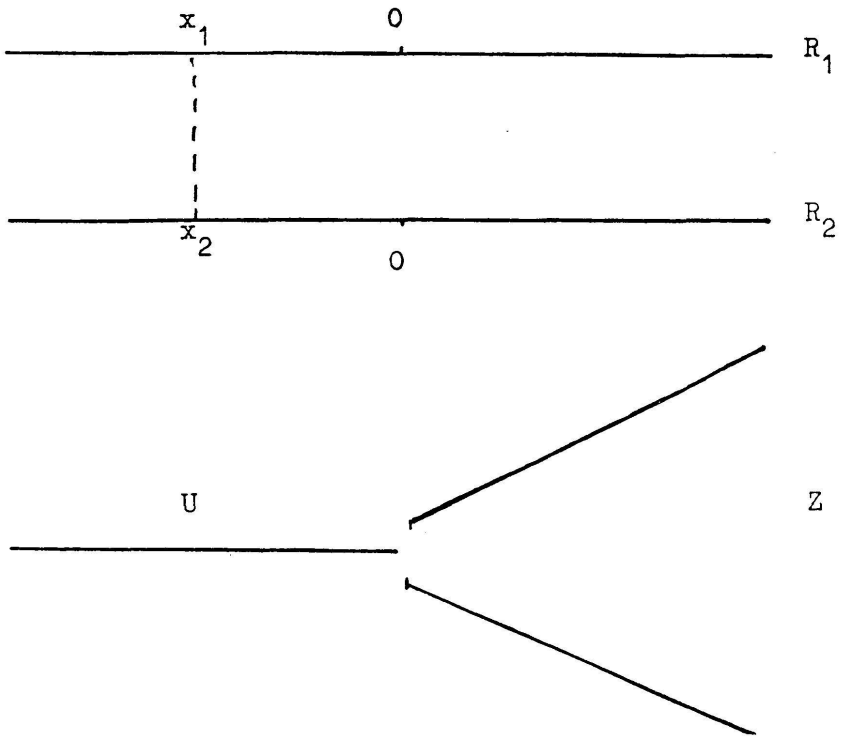

Fig. 1

On identifie à $]-\infty, 0[$ l'ouvert U de Z correspondant aux points $x_1 < 0$ de R_1.

La donnée d'un fibré en droites localement trivial $\eta : E \xrightarrow{p} Z$ sur Z est équivalente à celle d'une application continue g de U dans le groupe G des homéomorphismes de $\mathbf{R}$.

2.1 *Proposition. Pour que l'espace total E soit séparé il faut et il suffit que pour tout* $y \in \mathbf{R}$ *on ait* $\lim_{x \to 0} g_x(y) = -\infty$ (*ou* $\lim_{x \to 0} g_x(y) = +\infty$).

2.2 *Exemple.* Si $g : U \to G$ est l'application associant à $x \in]-\infty, 0[$ la translation $g_x : y \to y + \frac{1}{x}$, l'espace total E du fibré $\eta : E \xrightarrow{p} Z$ correspondant à g est séparé.

On peut aussi vérifier que si $\eta' : E' \xrightarrow{p'} Z$ est le fibré correspondant à l'application $g^{-1}\left(g_x^{-1} : y \to y - \frac{1}{x}\right)$ alors:

(i) η et η' sont équivalents pour le groupe G;

(ii) η et η' ne sont pas équivalents pour le groupe G^+ des homéomorphismes croissants de $\mathbf{R}$;

(iii) η et η' sont isomorphes pour le groupe G^+.

2.3 THÉORÈME [1]. *Soient* η *et* η' *deux fibrés en droites sur* Z *correspondant à deux applications* g *et* g' *de* U *dans le groupe* G^+ *et ayant des espaces totaux séparés. Pour que* η *et* η' *soient équivalents pour le groupe* G^+ *il faut et il suffit que pour tout* $y \in \mathbf{R}$ *on ait* $\lim_{x \to 0} g_x(y) = \lim_{x \to 0} g'_x(y)$.

Par conséquent les fibrés en droites localement triviaux sur le branchement simple, ayant un espace total séparé, se répartissent en

2 classes d'équivalence pour le groupe G^+;

1 classe d'isomorphie pour le groupe G^+;

1 classe d'équivalence pour le groupe G.

3. VARIÉTÉS DE DIMENSION 1 SIMPLEMENT CONNEXES

On désigne maintenant par X une variété topologique de dimension 1 à base dénombrable et simplement connexe.

3.1 *Proposition. Il existe sur* X *un ordre localement isomorphe à l'ordre de la droite réelle* $\mathbf{R}$.

En effet [2] la variété X s'étale sur $\mathbf{R}$.