7. Classification des fibrés en droites

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **04.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

7. Classification des fibrés en droites

Soient x et y deux points non séparés de X. On peut trouver dans X un voisinage ouvert V de $\{x, y\}$ et un homéomorphisme, croissant ou décroissant (cf. exemple 3.2), de V sur le branchement simple Z.

Dans l'arbre $\hat{X}$ associé à X ce voisinage V correspond à un sous-arbre $\hat{V}$ ayant l'un des deux aspects suivants:

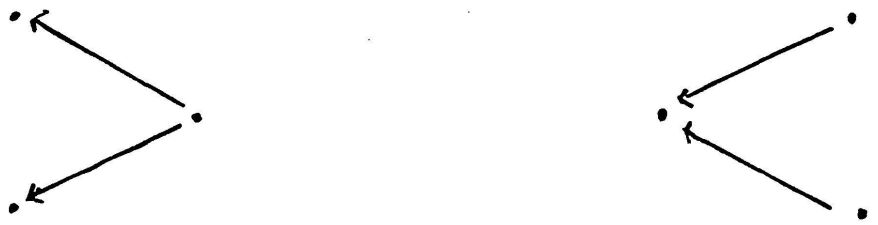

Fig. 4

Par conséquent (proposition 2.1):

7.1 *Proposition. Soit η un fibré en droites sur X. A tout couple ordonné (α, β) d'arêtes de $\hat{X}$ ayant même origine ou même extrémité on peut associer un nombre $[\alpha, \beta] = \pm 1$ de facon que $[\beta, \alpha] = -[\alpha, \beta]$.*

7.2 *Définition. Une assignation sur l'arbre $\hat{X}$ est une correspondance $\mathscr{A}$ associant à tout couple ordonné (α, β) d'arêtes de $\hat{X}$ ayant même origine ou même extrémité un nombre $\mathscr{A}(\alpha, \beta) = \pm 1$ de façon que $\mathscr{A}(\beta, \alpha) = -\mathscr{A}(\alpha, \beta)$.*

On dit alors que l'assignation de la proposition 7.1 est l'*assignation associée au fibré η*.

Si $\mathscr{A}$ est une assignation sur $\hat{X}$, et si $\hat{f}$ est un automorphisme de $\hat{X}$, on désigne par $-\mathscr{A}$ l'assignation $(\alpha, \beta) \to -\mathscr{A}(\alpha, \beta)$, et par $\hat{f}\mathscr{A}$ l'assignation $(\alpha, \beta) \to \mathscr{A}(\hat{f}^{-1}\alpha, \hat{f}^{-1}\beta)$.

Soient η et η' deux fibrés en droites sur X, et soient $\mathscr{A}$ et $\mathscr{A}'$ les assignations correspondantes sur $\hat{X}$. On a alors (théorème 2.3):

7.3 THÉORÈME. *Si η et η' sont équivalents pour le groupe G^+ (resp. pour le groupe G) on a $\mathscr{A}' = \mathscr{A}$ (resp. $\mathscr{A}' = \pm \mathscr{A}$). Si η et η' sont isomorphes pour le groupe G^+ (resp. pour le groupe G) il existe un automorphisme $\hat{f}$ de $\hat{X}$ tel que $\mathscr{A}' = \hat{f}\mathscr{A}$ (resp. $\mathscr{A}' = \pm \hat{f}\mathscr{A}$).*

De plus si X est simple ces conditions sont aussi suffisantes.

Inversement si $\mathscr{A}$ est une assignation sur $\hat{X}$ il existe un fibré en droites η sur X ayant $\mathscr{A}$ pour assignation (on construit η par récurrence en commençant par ôter un sommet extrémal de $\hat{X}$).

Soient $\mathscr{A}'$ une seconde assignation sur $\hat{X}$ et η' le fibré en droites sur X correspondant à $\mathscr{A}'$. Si $\hat{f}$ est un automorphisme de $\hat{X}$ tel que $\mathscr{A}' = \hat{f}\mathscr{A}$ il existe un isomorphisme (F, f) de η sur η' tel que $\hat{f}$ soit l'automorphisme de $\hat{X}$ correspondant à l'homéomorphisme f.

Par conséquent:

7.4 THÉORÈME. *Soit X une variété topologique de dimension 1 à base dénombrable, simplement connexe, ayant un nombre fini de points de branchement tous simples. La classification des fibrés en droites sur X est équivalente à la classification des assignations sur l'arbre $\hat{X}$ associé à X.*

7.5 *Exemple.* Dans le cas où X est la variété de l'exemple iii) de 6.4 il existe

a) en ce qui concerne les fibrés sur X:

4 classes d'équivalence pour le groupe G^+;

2 classes d'équivalence pour le groupe G;

3 classes d'isomorphisme pour le groupe G^+;

2 classes d'isomorphisme pour le groupe G;

b) en ce qui concerne les feuilletages du plan orienté ayant X pour espace des feuilles (cf. § 5):

2 classes de conjugaison pour les feuilletages non orientés;

5 classes de conjugaison orientée pour les feuilletages non orientés;

5 classes de conjugaison pour les feuilletages orientés;

6 classes de conjugaison orientée pour les feuilletages orientés.