1. Introduction

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

A CONSTRUCTION OF GAUSS

by C. W. BARNES

1. INTRODUCTION

Every prime of the form $4n + 1$ can be expressed uniquely as the sum of two squares. Suppose $p = x^2 + y^2$ where p is a prime of the form $4n + 1$. A construction for x and y was given by Legendre [8] in terms of the continued fraction for $\sqrt{p}$. In [1] we gave a new construction for x and y, again using the continued fraction for $\sqrt{p}$. A summary of the various constructions is given in Davenport [5], pages 120-123.

Gauss [6] remarked that if $p = 4n + 1$, and if α and β are defined by $\beta \equiv \dfrac{(2n)!}{2(n!)^2} \pmod{p}$, $\alpha \equiv (2n)!\,\beta \pmod{p}$, where $|\alpha| < \dfrac{p}{2}$, $|\beta| < \dfrac{p}{2}$ then $p = \alpha^2 + \beta^2$; a particularly simple construction to state. Proofs of the construction of Gauss were given by Cauchy [4], page 414, and Jacobsthal [7]; however, neither of them is simple.

In the present note we give a simple proof of the construction of Gauss based on the method in [1].

2. CONTINUED FRACTIONS

We continue with the notation in [1]. The results we need can be found in Perron [9]. We denote the simple continued fraction

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots + \cfrac{1}{a_n}}} \tag{1}$$