Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1974)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SOMMES DE CARRÉS D'ENTIERS D'UN CORPS
Autor: Moser, Claude
Kurzfassung: Résumé
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-46913

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SOMMES DE CARRÉS D'ENTIERS D'UN CORPS p-ADIQUE

par Claude MOSER

RÉSUMÉ

On se propose de présenter, dans cet article, une étude aussi complète et élémentaire que possible de l'anneau formé par les entiers d'un corps p-adique qui sont sommes de carrés d'entiers. Après avoir donné des résultats généraux sur cet anneau, on recherche pour tout $n \geqslant 1$ quels sont les entiers qui sont sommes de n carrés d'entiers, et si un entier est somme de n carrés, on cherche à le représenter comme tel.

1. INTRODUCTION

Le premier intérêt de ce travail est de constituer une étape préliminaire pour l'étude des sommes de carrés d'entiers d'un corps de nombres: on sait qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un élément totalement positif a d'un corps de nombres K soit somme de n carrés dans K, est que a soit somme de n carrés dans chaque complété p-adique de K; c'est là une application directe du principe de Hasse [1], [4]. Ce principe n'est plus applicable en général lorsqu'il s'agit de représenter un entier comme somme de carrés d'entiers. Il n'en demeure pas moins qu'une condition nécessaire pour qu'un entier a d'un corps de nombres K soit somme de n carrés d'entiers de K, est évidemment que a soit somme de n carrés d'entiers dans chaque complété p-adique de K. Signalons d'ailleurs que la condition est suffisante pour $n = 4$ si le discriminant de $K/\mathbf{Q}$ est impair, cf. [5].

Le second intérêt réside dans le caractère élémentaire de la démarche utilisée: si on peut considérer, en écho aux méthodes générales de C. Riehm sur la représentation d'une forme quadratique par une autre [6], que notre problème est un cas particulier de celui de la représentation entière d'une forme du type aX^2 par une forme $X_1^2 + \ldots + X_n^2$, la recherche explicite d'une telle représentation utilise en fait les calculs que nous faisons.

On conçoit que l'essentiel des difficultés réside dans le comportement des corps dyadiques, c'est-à-dire les extensions finies de $\mathbf{Q}_2$, et que les résul