§1. — Introduction

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

PETITE ENFANCE DE LA TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE

par Jean-Claude PONT

§ 1. — INTRODUCTION

Cet article, tiré d'une conférence que j'ai faite au Cercle mathématique de Lausanne au mois de février 1973, résume, quelque peu sommairement, une étude sur la topologie algébrique avant les travaux de Poincaré [1]).

En 1679, Leibniz forgea le terme *analysis situs*, repris par Euler, Gauss, Riemann, Poincaré. Le vocable topologie, introduit par Listing en 1836, l'a maintenant remplacé.

Bien qu'on ne le trouve nulle part écrit, les figures étudiées par les mathématiciens de la période qui nous occupe sont toujours supposées triangulables, c'est-à-dire qu'on peut les recouvrir par un nombre fini ou infini dénombrable de segments, de triangles, de tétraèdres, etc. Ces figures se prêtent donc par nature à une décomposition polyédrale, qui à son tour est représentable par un schéma, dont l'étude combinatoire permet d'analyser, au point de vue topologique, la figure qui le définit. Cette attitude est assez restrictive pour éliminer les ensembles dont l'étude topologique entraîne des difficultés ensemblistes, tout en étant suffisamment large pour englober presque toutes les figures intéressantes. Le propre de la topologie combinatoire est donc de substituer des schémas aux ensembles de points considérés. Or l'étude de ces schémas relève de l'algèbre linéaire et de la théorie des groupes. L'algèbre prend ainsi possession de la topologie combinatoire. Cela explique pourquoi l'expression topologie combinatoire fut remplacée, vers 1940, par la dénomination topologie algébrique, mieux adaptée aux méthodes de cette science. Il serait donc vain de chercher une solution de continuité entre la topologie combinatoire des origines et la topologie algébrique.

La notion de fonction continue est centrale en topologie; les propriétés que l'on établit dans cette discipline sont donc intimement liées à celles

---

[1] Jean-Claude Pont, *La topologie algébrique, des origines à Poincaré*, Presses Universitaires de France, Paris 1974.

des fonctions continues. Or, à nul endroit la fonction continue n'est davantage chez elle qu'en analyse. De là à concevoir une étroite corrélation entre ces deux disciplines, il n'y a qu'un petit pas, allègrement franchi par les mathématiciens du XXe siècle. Prenant pour réflexion la fonction continue, qu'elle rapporte aux concepts de voisinages ouverts et fermés, la topologie générale prend rapidement ses distances à l'égard du modèle que lui fournit l'espace euclidien, pour s'élever à un haut degré de généralité en raisonnant sur des ensembles quelconques, dont des parties convenablement choisies sont considérées a priori comme des ensembles ouverts. La fonction continue se définit *ipso facto* et avec elle apparaît le problème de la caractérisation topologique de ces ensembles. Ce point de vue s'est développé à partir des notions d'espace métrique (M. Fréchet, 1906) et d'espace topologique (F. Hausdorff, 1914). Vers 1925, les deux topologies, aux traits pourtant si fortement marqués, aux méthodes si nettement différentiées dans la première période, tendent à se confondre à la suite des travaux de Brouwer, Lefschetz, Alexandroff, Hopf et tant d'autres [1].

L'origine de la topologie et les travaux de Poincaré sont les limites naturelles de cette histoire. Avec les recherches du grand savant français — qui écrit à lui seul à peu près autant de pages sur la topologie que tous les auteurs rencontrés dans notre histoire — *l'analysis situs* gagne en effet ses lettres de noblesse, et devient une discipline autonome des mathématiques.

§ 2. — Les ponts de Koenigsberg

L'histoire de la topologie commence peut-être en 1736, quand Euler reconnaît un aspect particulier dans un problème que rien, de prime abord, ne distingue de ses homologues de la géométrie élémentaire. Il s'agit du problème des ponts de Koenisgberg qu'Euler pose en ces termes: « A Koenigsberg, en Prusse, il y a une île A appelée le Kneiphof, entourée d'un fleuve qui se partage en deux bras, comme on peut le voir sur la

---

[1] On trouvera des précisions sur la genèse de la topologie ensembliste jusqu'aux travaux de Hausdorff dans le livre de J. H. Manheim, *The genesis of point set topology*, Pergamon Press, New-York 1964.

Pour quelques développements plus récents, voir H. Hopf, Ein Abschnitt aus der Entwicklung der Topologie, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, pp. 182-192. Bd. 6, 1966.

S. Lefschetz, The early development of algebraic topology, *Boletin da sociedade Brasiliera de matematica*, pp. 1-48, 1970.

J. Bollinger, Geschichtliche Entwicklung des Homologiebegriffes, *Archive for history of science*, Vol. 9, number 2, 1972, pp. 94-166,