Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1974)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PETITE ENFANCE DE LA TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE
Autor: Pont, Jean-Claude
Kapitel: §9. Felix Klein et le Programme d'Erlangen
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-46897

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

que deux surfaces ou portions de surfaces flexibles et inextensibles puissent être appliquées l'une sur l'autre sans déchirure ni duplicature. On peut se proposer un problème analogue, en supposant au contraire, que les surfaces considérées soient extensibles à volonté. La question ainsi simplifiée rentre dans la géométrie de situation, et nous allons la résoudre en démontrant le théorème suivant:

Théorème. Pour que deux surfaces ou portions de surfaces flexibles et extensibles à volonté soient applicables l'une sur l'autre sans déchirure ni duplicature, il faut et il suffit:

1. Que le nombre des contours séparés qui limitent respectivement ces deux portions de surfaces soient le même. (Si les surfaces considérées sont fermées, ce nombre est nul).

2. Que le nombre maximum des contours fermés ne se traversant ni eux-mêmes ni mutuellement nulle part, que l'on peut tracer sur chacune des deux surfaces sans la partager en deux régions séparées, soit le même de part et d'autre.»

Le second travail de Jordan est lui complètement neuf: « Deux contours fermés quelconques, tracés sur une surface donnée, seront dits réductibles l'un à l'autre, si l'on peut passer de l'un à l'autre par une déformation progressive.

« Deux contours quelconques tracés sur un plan sont toujours réductibles l'un à l'autre; mais il n'en est pas de même sur toute surface: ainsi, par exemple, il est clair que dans un tore un méridien et un parallèle forment deux contours irréductibles.

» Nous nous proposons ici de déterminer dans quels cas deux contours, tracés sur une surface donnée, sont réductibles l'un à l'autre.»

Jordan est ainsi le père de la notion d'homotopie. Une étude détaillée de son texte fait voir qu'il est passé tout près de l'idée de groupe fondamental, en quoi Poincaré reconnaîtra un outil d'une grande efficacité pour la topologie.

§ 9. Felix Klein et le Programme d'Erlangen

En 1872, Felix Klein âgé de 25 ans, présente un travail dont l'intérêt pour l'histoire des mathématiques, et en particulier pour l'histoire de la topologie, est considérable. La genèse de ce texte — qu'on appelle le Pro-

gramme d'Erlangen parce qu'il fut lu par Klein à l'université de cette ville comme dissertation inaugurale — n'a pas été étudiée de manière systématique par les historiens des mathématiques. En première approximation, on peut dire que les idées maîtresses du Programme procèdent de trois sources, qui alimentent par ailleurs le gros de la pensée mathématique au XIXe siècle.

— Il s'agit d'abord de l'idée de transformation d'une surface dans une autre, de correspondance entre ensembles géométriques, que nous avons vu apparaître et se développer par les soins de Gauss et de Möbius. C'est grâce à la forme saisissante dont Klein saura la vêtir, qu'elle deviendra l'une des clefs de la mathématique.

— Il s'agit ensuite de cette théorie des invariants, qui conduit Cayley à envisager dans un même schéma géométrie métrique et géométrie projective: celle-ci devenant partie de celle-là. Ce bien singulier résultat, Klein allait l'étendre en 1871 aux géométries non-euclidiennes. La remarquable unité qui se crée ainsi sous la houlette de la géométrie projective, préfigure et suggère celle encore plus complète que révélera le Programme d'Erlangen.

— Enfin, avec la redécouverte des travaux de Galois, vers 1846, l'idée de groupe, qui avait montré ce dont elle est capable à l'occasion d'une question célèbre et difficile, se diffuse promptement dans les cercles mathématiques. Klein saura s'en servir magistralement dans son Programme d'Erlangen.

Synthèse admirable de ces trois grandes conceptions, le Programme développe l'idée qu'une géométrie est l'étude des invariants d'un certain groupe de transformations. C'est un principe unificateur d'une étonnante efficacité qui apparaît. Dans cette optique, la topologie devient la géométrie du groupe des transformations topologiques.

§ 10. Dyck

Il serait indécent de quitter la petite enfance de la topologie algébrique, sans citer le mathématicien munichois Walther Dyck, aujourd'hui tombé dans l'oubli, et qui fut un personnage considérable de la mathématique allemande entre 1890 et 1920.

Dyck est né à Munich en 1856; élève favori, puis ami de Klein, on lui doit plusieurs travaux en théorie des fonctions et surtout en théorie des