

Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1976)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

For  $p \equiv 7 \pmod{8}$ , the largest value for  $S_{21}$  is 259. The smallest value not assumed is 163. There are several other values between 163 and 259 that are not assumed. The calculations also strongly support the following conjectures.  $S_{41}$  and  $S_{31}$ , for  $p \equiv 1 \pmod{4}$ ;  $S_{52}$ , for  $p \equiv 3 \pmod{4}$ ;  $S_{81}$ , for  $p \equiv 1 \pmod{8}$ ;  $S_{82}$ , for  $p \equiv 7 \pmod{8}$ ;  $-S_{84}$ , for  $p \equiv 5 \pmod{8}$ ; and  $S_{12,2}$ , for  $p \equiv 7 \pmod{8}$  and for  $p \equiv 11 \pmod{12}$ , each assumes all positive, integral values. We refer the reader to the foregoing work here for the translations of these conjectures into conjectures about class numbers.

#### REFERENCES

- [1] APOSTOL, Tom M. Quadratic residues and Bernoulli numbers. *Delta* 1 (1968/70) pp. 21-31.
- [2] AYOUB, Raymond. *An introduction to the analytic theory of numbers*. American Mathematical Society, Providence, 1963.
- [3] —, S. CHOWLA and H. WALUM. On sums involving quadratic characters. *J. London Math. Soc.* 42 (1967), pp. 152-154.
- [4] BARRUCAND, Pierre and Harvey COHN. Note on primes of type  $x^2 + 32y^2$ , class number, and residuacity. *J. Reine Angew. Math.* 238 (1969), pp. 67-70.
- [5] BERGER, A. Sur une sommation de quelques séries. *Nova Acta Regiae Soc. Sci. Upsaliensis* 12 (1884), 31 pp.
- [6] BERNDT, Bruce C. Character analogues of the Poisson and Euler-Maclaurin summation formulas with applications. *J. Number Theory* 7 (1975), pp. 413-445.
- [7] — Periodic Bernoulli numbers, summation formulas and applications. *Theory and application of special functions*. Richard A. Askey, ed., Academic Press, New York, 1975, pp. 143-189.
- [8] — and S. CHOWLA. Zero sums of the Legendre symbol. *Nordisk Mat. Tidskr.* 22 (1974), pp. 5-8.
- [9] — and Lowell SCHOENFELD. Periodic analogues of the Euler-Maclaurin and Poisson summation formulas with applications to number theory. *Acta Arith.* 28 (1975), pp. 23-68.
- [10] BROWN, Ezra. The class number of  $Q(\sqrt{-p})$ , for  $p \equiv 1 \pmod{8}$  a prime. *Proc. Amer. Math. Soc.* 31 (1972), pp. 381-383.
- [11] — The power of 2 dividing the class-number of a binary quadratic discriminant. *J. Number Theory* 5 (1973), pp. 413-419.
- [12] — Class numbers of complex quadratic fields. *J. Number Theory* 6 (1974), pp. 185-191.
- [13] — A lemma of Stark. *J. Reine Angew. Math.* 265 (1974), p. 26.
- [14] — Class numbers of quadratic fields. *Symp. Mat.* 15 (1975), pp. 403-411.
- [15] — and Charles J. PERRY. Class numbers of imaginary quadratic fields having exactly three discriminant divisors. *J. Reine Angew. Math.* 260 (1973), pp. 31-34.
- [16] CARLITZ, L. Some sums connected with quadratic residues. *Proc. Amer. Math. Soc.* 4 (1953), pp. 12-15.
- [17] CAUCHY, A. L. *Note XII, Œuvres (1), Tome III*. Gauthier-Villars, Paris, 1882, pp. 359-390.
- [18] CHOWLA, S. On a problem of analytic number theory. *Proc. Nat. Inst. Sci. India* 13 (1947), pp. 231-232.

- [19] CHUNG, Kai-Lai. Note on a theorem on quadratic residues. *Bull. Amer. Math. Soc.* 47 (1941), pp. 514-516.
- [20] DAVENPORT, Harold. *Multiplicative number theory*. Markham, Chicago, 1967.
- [21] DEDEKIND, R. Bemerkungen zur Abhandlung, K. F. Gauss, De nexus inter multitudinem classum, in quas formae binariae secundi gradus distribuunter, earumque determinantem. *Gauss, K. F. Werke, Zweiter Band*. K. Gesell. Wiss., Göttingen, pp. 292-303.
- [22] DICKSON, L. E. *History of the theory of numbers, vol. III*. G. E. Stechert and Co., New York, 1934.
- [23] DIRICHLET, G. L. Recherches sur diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres. *J. Reine Angew. Math.* 19 (1839), pp. 324-369.
- [24] —— Recherches sur diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres, seconde partie. *J. Reine Angew. Math.* 21 (1840), pp. 134-155.
- [25] FINE, N. J. On a question of Ayoub, Chowla and Walum concerning character sums. *Illinois J. Math.* 14 (1970), pp. 88-90.
- [26] GAUSS, K. F. De nexus inter multitudinem classum, in quas formae binariae secundi gradus distribuunter, earumque determinantem. *Werke, Zweiter Band*. K. Gesell. Wiss., Göttingen, 1876, pp. 269-291.
- [27] GLAISHER, J. W. L. Formulae derived from Gauss's sums, with applications to the series connected with the number or classes of binary forms. *Quart. J. Math.* 33 (1901), pp. 289-330.
- [28] —— On the distribution of the numbers for which  $(\frac{s}{p}) = 1$ , or  $-1$ , in the octants, quadrants, etc., of  $P$ . *Quart. J. Math.* 34 (1903), pp. 1-27.
- [29] —— On the expression for the number of classes of a negative determinant, and on the numbers of positives in the octants of  $P$ . *Quart. J. Math.* 34 (1903), pp. 178-204.
- [30] GUINAND, A. P. On Poisson's summation formula. *Ann. of Math.* 42 (1941), pp. 591-603.
- [31] HASSE, Helmut. *Vorlesungen über Zahlentheorie*. Springer-Verlag, Berlin, 1964.
- [32] —— Über die Klassenzahl des Körpers  $P(\sqrt{-2p})$  mit einer Primzahl  $p \neq 2$ . *J. Number Theory* 1 (1969), pp. 231-234.
- [33] —— Über die Klassenzahl des Körpers  $P(\sqrt{-p})$  mit einer Primzahl  $p \equiv 1 \pmod{2^3}$ . *Aequa. Math.* 3 (1969), pp. 165-169.
- [34] —— Über die Teilbarkeit durch  $2^3$  der Klassenzahl imaginär-quadratischer Zahlkörper mit genau zwei verschiedenen Diskriminanten-primeilern. *J. Reine Angew. Math.* 241 (1970), pp. 1-6.
- [35] —— Über die Teilbarkeit durch  $2^3$  der Klassenzahl der quadratischen Zahlkörper mit genau zwei verschiedenen Diskriminanten-primeilern. *Math. Nachr.* 46 (1970), pp. 61-70.
- [36] HOLDEN, H. On various expressions for  $h$ , the number of properly primitive classes for a determinant  $-p$ , where  $p$  is of the form  $4n+3$ , and is a prime or the product of different primes (second paper). *Mess. Math.* 35 (1905/06), pp. 102-110.
- [37] —— On various expressions for  $h$ , the number of properly primitive classes for any negative determinant, not involving a square factor (third paper). *Mess. Math.* 35 (1905/06), pp. 110-117.
- [38] —— On various expressions for  $h$ , the number of properly primitive classes for a determinant  $-p$ , where  $p$  is of the form  $4n+3$ , and is a prime or the product of different primes (addition to the second paper). *Mess. Math.* 36 (1906/07), pp. 75-77.
- [39] —— On various expressions for  $h$ , the number of properly primitive classes for a negative determinant not containing a square factor (fifth paper). *Mess. Math.* 36 (1906/07), pp. 126-134.

- [40] HURWITZ, A. Über die Anzahl der Classen binärer quadratischer Formen von negativer Determinante, *Acta Math.* 19 (1895), pp. 351-384.
- [41] JOHNSON, Wells and Kevin J. MITCHELL. Symmetries for sums of the Legendre symbol. *Acta Arith.* (to appear).
- [42] KARPINSKI, L. Über die Verteilung der quadratischen Reste. *J. Reine Angew. Math.* 127 (1904), pp. 1-19.
- [43] LANDAU, E. *Vorlesungen über Zahlentheorie, Band 1.* S. Hirzel, Leipzig, 1927.
- [44] LERCH, M. Essais sur le calcul du nombre des classes de formes quadratiques binaires aux coefficients entiers. *Acta Math.* 29 (1905), pp. 333-424.
- [45] —— Essais sur le calcul du nombre des classes de formes quadratiques binaires aux coefficients entiers. *Acta Math.* 30 (1906), pp. 203-293.
- [46] MORDELL, L. J. Some applications of Fourier series in the analytic theory of numbers. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 24 (1928), pp. 585-596.
- [47] MOSER, Leo. A theorem on quadratic residues. *Proc. Amer. Math. Soc.* 2 (1951), pp. 503-504.
- [48] —— *An introduction to the theory of numbers* (mimeographed lecture notes). Canadian Mathematical Congress, University of Alberta, 1957.
- [49] NEVILLE, E. H. A trigonometrical inequality. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 47 (1951), pp. 629-632.
- [50] OSBORN, G. Some properties of the quadratic residues of primes. *Mess. Math.* 25 (1896), pp. 45-47.
- [51] PEPIN, P. Nombre des classes de formes quadratiques pour un déterminant donné. *Ann. Sci. d'Ecole Norm. Sup.* (2) 3 (1874), pp. 165-208.
- [52] PIZER, Arnold K. Type numbers of Eichler orders. *J. Reine Angew. Math.* 264 (1973), pp. 76-102.
- [53] —— On the 2-part of the class number of imaginary quadratic number fields. *J. Number Theory* 8 (1976), pp. 184-192.
- [54] PLANCHEREL, Michel. *Sur les congruences (mod  $2^m$ ) relatives au nombre des classes des formes quadratiques binaires aux coefficients entiers et à discriminant négatif.* Thèse, Paris, 1908.
- [55] PUMPLÜN, Dieter. Über die Klassenzahl imaginär-quadratischer Zahlkörper. *J. Reine Angew. Math.* 218 (1965), pp. 23-30.
- [56] RÉDEI, L. Über die Klassenzahl des imaginären quadratischen Zahlkörpers. *J. Reine Angew. Math.* 159 (1928), pp. 210-219.
- [57] —— Über die Wertverteilung des Jacobischen Symbols. *Acta Sci. Math. (Szeged)* 13 (1949/50), pp. 242-246.
- [58] —— and H. REICHARDT. Die Anzahl der durch 4 teilbaren Invarianten der Klassengruppe eines beliebigen quadratischen Zahlkörpers. *J. Reine Angew. Math.* 170 (1934), pp. 69-74.
- [59] STARK, H. M. A complete determination of the complex quadratic fields of class-number one. *Mich. Math. J.* 14 (1967), pp. 1-27.
- [60] WHITEMAN, A. L. Theorems on quadratic residues. *Math. Mag.* 23 (1949/50), pp. 71-74.
- [61] WOLKE, Dieter. Eine Bemerkung über das Legendre-Symbol. *Monat. Math.* 77 (1973), pp. 267-275.
- [62] YAMAMOTO, Y. unpublished manuscript.

(Reçu le 20 mai 1976)

Bruce C. BERNDT

Department of Mathematics  
University of Illinois at Urbana-Champaign  
Urbana, Illinois 61801