Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 22 (1976)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR UN FEUILLETAGE DE R^3

Autor: Diener, Marc

Kapitel: Exemple de feuilletage P & T de R^3 qui n'est pas de type image-réciproque

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-48174

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

tage est homéomorphe à $\mathbf{R}^2$, donc que le feuilletage est de type image-réciproque.

Le feuilletage ci-dessous montre que dès que f et g sont de degré total en y et z supérieur à un, le feuilletage P & T de $\mathbf{R}^3$ qu'ils permettent de définir peut ne plus être de type image-réciproque.

Exemple de feuilletage P & T de $\mathbf{R}^3$ qui n'est pas de type image-réciproque

Soit $\mathscr{F}_0$ le feuilletage P & T de $\mathbf{R}^3$ associé au champ de vecteurs

$$\begin{aligned} x' &= 1 \\ y' &= 2x(y^2+1) \\ z' &= 2yz\,. \end{aligned}$$

Effectuons un changement de variables. En posant

$$x = X\,,\ y = tg\,(X^2+Y) \quad \text{et} \quad z = tg\,Z$$

on ramène $\mathbf{R}^3\,xyz$ sur l'ouvert $A = \left\{(X, Y, Z) \in \mathbf{R}^3, \left| X^2 + Y \right| < \frac{\pi}{2}, \left| Z \right| < \frac{\pi}{2}\right\}$ (voir figure 2), transformant ainsi les feuilles de $\mathscr{F}_0$ en les trajectoires contenues dans A du champ de vecteurs de $\mathbf{R}^3\,XYZ$

$$\begin{aligned} X' &= \cos\,(X^2+Y) \\ Y' &= 0 \\ Z' &= \sin\,2Z \cdot \sin\,(X^2+Y)\,. \end{aligned}$$

De l'étude du signe des composantes de ce champ et de ses trajectoires (évidentes) dans la frontière de A, on déduit que ses trajectoires dans A ont le comportement indiqué ci-dessous, selon le plan d'équation Y = constante = Y_0 dans lequel elles sont contenues. On voit que tout voisinage saturé (i.e. réunion de trajectoires) de la trajectoire γ_0 rencontre nécessairement tout voisinage d'une trajectoire quelconque γ_1 contenue dans la région hachurée $\mathscr{R}$. On en déduit que toute application continue de A dans $\mathbf{R}^2$, constante sur les trajectoires, sera nécessairement constante sur $\mathscr{R}$ et donc ne sera pas une submersion topologique. Le feuilletage a bien la propriété annoncée.

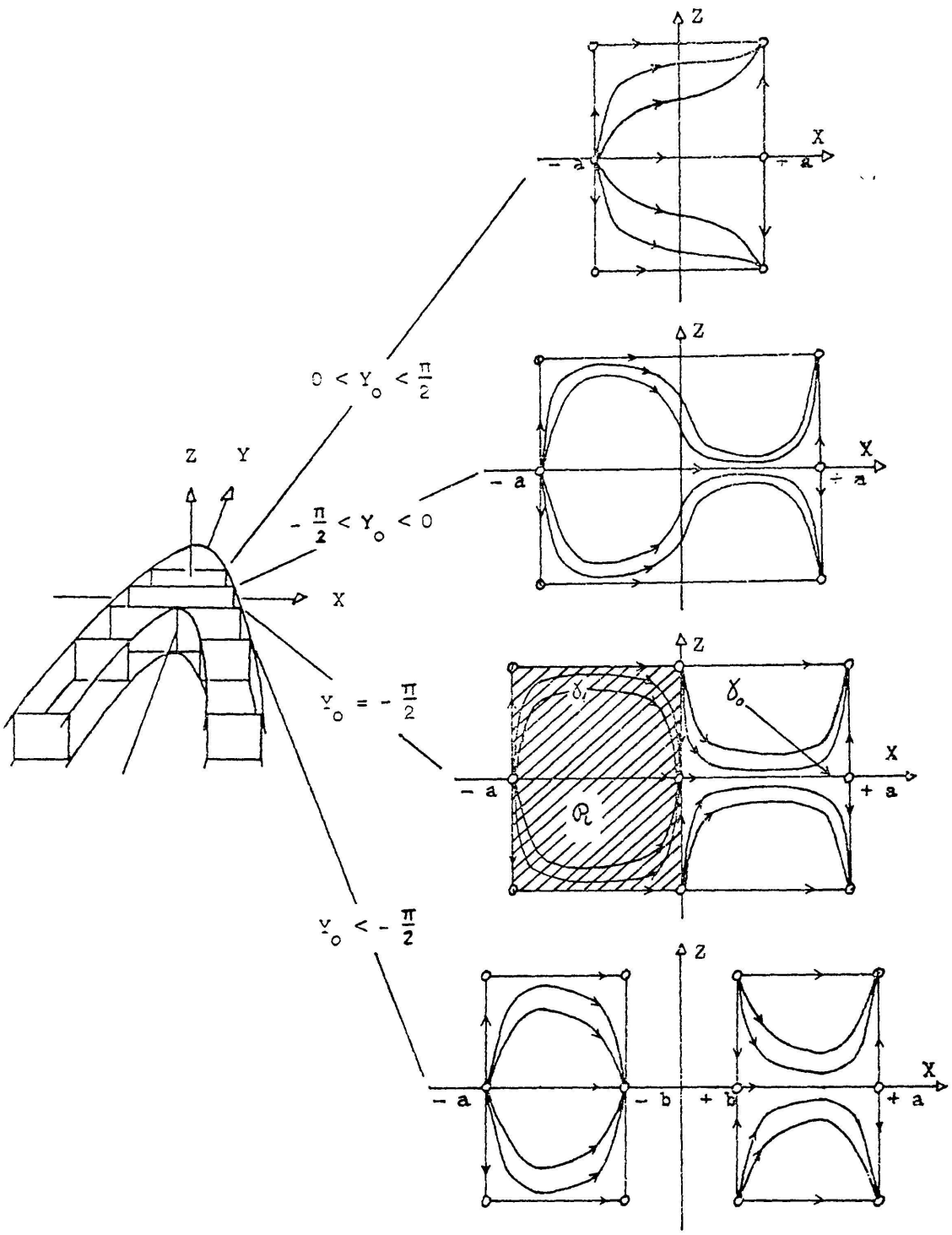

Fig. 2.

$$\left(a = \sqrt{\frac{\pi}{2} - Y_0}\ ;\ b = \sqrt{-\frac{\pi}{2} - Y_0}\right)$$

REMARQUE: On voit facilement que l'espace des feuilles du feuilletage $\mathscr{F}_0$ est un branchement de plans. D'autre part, on montre [4] qu'un branchement de plans ayant la propriété de $\mathbf{R}^3/\mathscr{F}_0$ d'avoir un point et un seul (γ_0) non séparé d'une partie homéomorphe à une droite $(\mathscr{R}/\mathscr{F}_0)$ est néces-

sairement homéomorphe au BPP. Ainsi, l'espace des feuilles de $\mathscr{F}_0$ est identifié, à homéomorphisme près: c'est le BPP.

Il serait intéressant de savoir si un feuilletage P & T de $\mathbf{R}^3$ qui, à la différence de $\mathscr{F}_0$, n'a aucune feuille non séparée d'une infinité non dénombrable d'autres feuilles, est nécessairement de type image-réciproque.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Haefliger, A. et G. Reeb. Variétés (non séparées) à une dimension et structures feuilletées du plan. *L'enseignement mathématique (2)*, *3* (1957), pp. 105-125.

[2] Fedida, E. et F. Pluvinage, Sur les structures feuilletées déterminées par des équations polynômiales. *C.R.A.S. 267* (1968), pp. 101-104.

[3] Sec, A. Sur certains feuilletages de dimension un de R^3. *C.R.A.S. 266* (1968), pp. 351-353.

[4] Rabinowicz, M. Sur l'étude de l'espace quotient de certains systèmes différentiels. *(Thèse de 3e Cycle soutenue à Strasbourg, non publiée)*.

(Reçu le 26 septembre 1975)

Marc Diener

Institut de Mathématique de l'Université d'Oran
Es Sénia (Oran)
Algérie