APPENDIX

Objekttyp: **Appendix**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **23 (1977)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

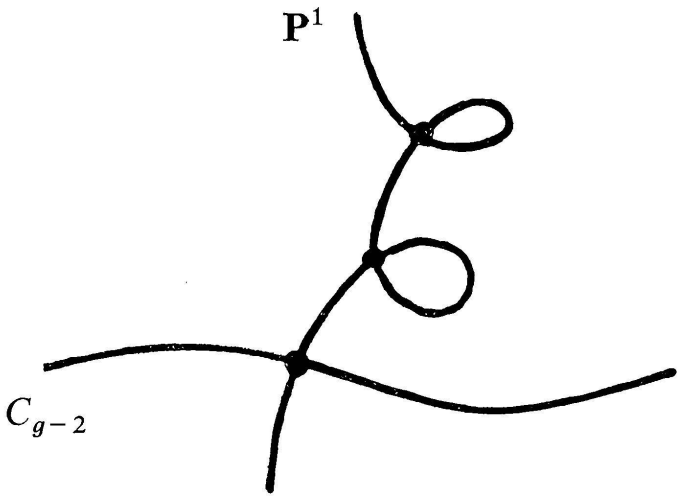
Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

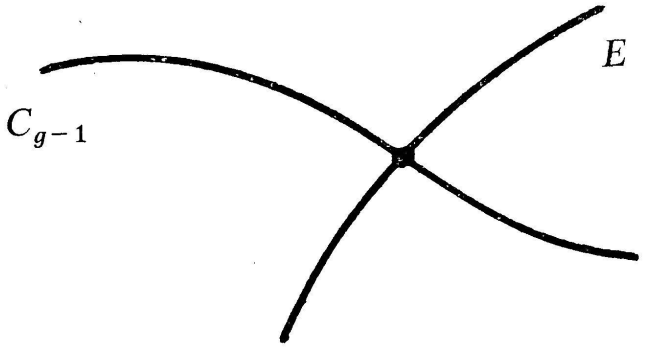
http://www.e-periodica.ch



$\left\{ \begin{array}{l} \text{vary cross ratio of the 4 points} \\ \text{in } \mathbf{P}^1 \text{ making up the 2 double points} \end{array} \right.$

where C_{g-2} is a fixed genus $(g-2)$ component, then $\lambda \mid_{S_1} = \mathcal{O}_{S_1}$, hence sections of λ always collapse such families.

(2) If S_2 is a curve in $\overline{\mathcal{M}}_g$ composed of curves of the form:



$\left\{ \begin{array}{l} E \text{ an elliptic curve: vary its} \\ j\text{-invariant} \end{array} \right.$

where C_{g-1} is a fixed genus $(g-1)$ component, then $\lambda^{11} \otimes \delta^{-1} \mid_{S_2} = \mathcal{O}_{S_2}$ i.e. $\lambda^{11} \otimes \delta^{-1}$ collapses these families.

We omit the details.

APPENDIX

We wish to fill in the gap in the proof of Proposition 5.5 on page 95. The difficulty occurs if the support of $\mathcal{I}$, i.e. $(0) \times L_1$, contains some of the components of C_2 meeting C_1. In this case, the inequality

$$e_L(\mathcal{I}_2) \geqslant w$$

is not clear. Indeed, if $D_1, \ldots, D_k$ are the components of C_2 meeting C_1, $w_i = \# (D_i \cap C_1)$, and $\mathcal{K}_i$ is the pull-back of $\mathcal{I}_2$ to D_i, then

$$e_L(\mathscr{I}_2) = \sum e_L(\mathscr{K}_i)$$
$$e_L(\mathscr{K}_i) \geqslant w_i \text{ if } L_1 \not\supseteq D_i$$
$$= 2 \deg D_i \text{ if } L_1 \supseteq D_i .$$

Now suppose C_1 is *irreducible* and $D_i \subseteq L_1$. Then (5.7) is modified to:

$$2 \deg D_i + 2 \deg C_1 \leqslant \frac{16}{7}(n_1+1) .$$

Since C_1 spans L_1, $n_1 \leqslant \deg C_1$. Substituting this, we find

$$\deg D_i \leqslant \frac{\deg C_1}{7} + \frac{8}{7}$$

hence $\deg D_i \leqslant \deg C_1$ (except in the lowest case $\deg C_1 = 1$; in this case, C_1 is a line, so $C_1 = L_1$ and $\operatorname{Supp} \mathscr{K}_i = D_i \cap L_1 \subsetneqq D_i$). Now the reverse of this inequality cannot be true too. This means that if we apply the same arguement to

$$C_{\text{red}} = D_i \cup \overline{(C - D_i)}$$

then the linear span M of D_i cannot contain C_1. Therefore

$$w_i + 2 \deg D_i \leqslant \frac{16}{7}(\dim M_i + 1) \leqslant \frac{16}{7}(\deg D_i + 1)$$

$\therefore\ w_i \leqslant 2 \deg D_i$

$\therefore\ e_L(\mathscr{K}_i) \geqslant w_i$ in all cases

$\therefore\ e_L(\mathscr{I}_2) \geqslant w$ as required.

This proves (5.7) if C_1 is irreducible, hence (a) and (b) that follow are correct. In particular, (b) shows that $\mathcal{O}_{C_1}(1)(-\mathscr{W})$ always has sections, unless C_1 is a line and $\# \mathscr{W} = 2$. The next paragraph shows that C is embedded by a complete linear system. So when $\Gamma(\mathcal{O}_{C_1}(1)(-\mathscr{W})) \neq (0)$, there is a hyperplane containing all components of C except C_1. Returning to the general case of (5.7) where C_1 is any subset of the components of C, it follows that the linear span L_1 of C_1 contains only C_1 and the *lines* D_i which meet C_1 in 2 points. For these, $\# (D_i \cap C_1) = 2 \deg D_i$, so in all cases it is true that $e_L(\mathscr{I}_2) \geqslant w$ as required.