III.3. Classification

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1979)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Si $q = n - 1$, nous avons vu que ϕ est un isomorphisme de $X_{n,n-1}$ sur $A_{n,n-1}$; en d'autres termes que la *dimension de plongement* de la singularité normale $X_{n,n-1}$ est 3. On sait calculer en général la dimension de plongement de $X_{n,q}$: si $(n, q) = 1$ et avec les notations de la section IV.2, elle vaut $3 + \sum_{k=1}^{s} (b_k - 2)$. En particulier, la réciproque à l'assertion ci-dessus est aussi vraie: si $(n, q) = 1$ et si $X_{n,q}$ se plonge dans $\mathbf{C}^3$, alors $q = n - 1$. Voir [22], fin du § 3.

III.3. Classification

Soit Γ un germe de surface plongé dans $\mathbf{C}^3$. Reprenons les notations de la section II.2; supposons que le lieu discriminant exhibe une singularité consistant en un point double avec croisement normal — en d'autres termes, supposons qu'on puisse choisir les coordonnées de telle sorte que $\gamma_D = \{(x, y) \in D_2 \mid xy = 0\}$. Nous noterons D_2^{**} l'espace $D_2 - \gamma_D$ et Γ_D^{**} son image inverse par π; la projection se restreint en un revêtement à n feuilles $\pi^{**}: \Gamma_D^{**} \to D_2^{**}$. On identifie comme à la section précédente le groupe fondamental de D_2^{**} à $\mathbf{Z}^2$.

Proposition 14. Il existe un polycylindre E_2 dans $\mathbf{C}^2$, un morphisme $\rho^{**}: \Gamma_D^{**} \to E_2^{**}$ et des entiers n, q avec $0 \leqslant q < n$ et $(n, q) = 1$ tels que ρ^{**} induise une injection de Fond (Γ_D^{**}) sur le sous-groupe de Fond $(E_2^{**}) = \mathbf{Z}^2$ engendré par $(n, 0)$ et $(q, 1)$.

Preuve. Soit G l'image de Fond (Γ_D^{**}) dans $\mathbf{Z}^2$ définie par π^{**}. C'est un sous-groupe d'indice fini de $\mathbf{Z}^2$ car π^{**} est un revêtement fini. Par suite G contient des éléments de la forme $(k, 0)$; soit

$$a = \inf\{\, |k| \mid (k, 0) \in G \quad \text{et} \quad k \neq 0 \}.$$

On peut choisir un vecteur (b, c) formant avec $(a, 0)$ une base de G, tel que $0 \leqslant b < a$ et $c > 0$.

Soit d le plus grand commun diviseur de a et b (avec $d = a$ si b est nul). Soient $E_2 = \{(u, v) \in \mathbf{C}^2 \mid (u^d, v^c) \in D_2\}$ et $E_2^{**} = \{(u, v) \in E_2 \mid uv \neq 0\}$.

L'application $\kappa^{**}: (u, v) \mapsto (u^d, v^c)$ de E_2^{**} sur D_2^{**} est un revêtement holomorphe connexe à dc feuilles, et induit une injection de Fond (E_2^{**}) sur le sous-groupe de $\mathbf{Z}^2 = \text{Fond}\,(D_2^{**})$ engendré par $(d, 0)$ et $(0, c)$. Ce groupe contenant G, il existe un morphisme ρ^{**} rendant le diagramme

$$\begin{tikzcd} & E_2^{**} \arrow[d, "\kappa^{**}"] \\ \Gamma_D^{**} \arrow[ur, "\rho^{**}"] \arrow[r, "\pi^{**}"'] & D_2^{**} \end{tikzcd}$$

commutatif. Au niveau des groupes fondamentaux, ρ^{**} induit un isomorphisme de Fond (Γ_D^{**}) sur le sous-groupe de $\mathbf{Z}^2 = \text{Fond}\,(E_2^{**})$ engendré par $(a/d, 0/c)$ et $(b/d, c/c)$. ■

PROPOSITION 15. Avec les notations de la proposition 14, le germe $\underline{\tilde{\Gamma}}$ normalisé de $\underline{\Gamma}$ est isomorphe au germe de $X_{n,q}$ au point singulier.

Preuve. Soient $\rho^{**}: \Gamma_D^{**} \to E_2^{**}$ comme dans la preuve précédente et $\pi^{**}: A_{n,q}^{**} \to \mathbf{C}^{**}$ comme dans la section précédente. Soient $V = \{ (x, y, z) \in \mathbf{C}^3 \mid (x, y) \in E_2 \}$ et π_V^{**} la restriction de π^{**} à $A_{n,q}^{**} \cap V$. Les revêtements ρ^{**} et π_V^{**} définissent le même sous-groupe de Fond (E_2^{**}). Il existe donc des morphismes g et h, inverses l'un de l'autre, rendant le diagramme

$$\begin{tikzcd} A_{n,q}^{**} \cap V \arrow[rr, shift left, "g"] \arrow[dr, "\pi_V^{**}"'] & & \Gamma_D^{**} \arrow[ll, shift left, "h"] \arrow[dl, "\rho^{**}"] \\ & E_2^{**} & \end{tikzcd}$$

commutatif. Le morphisme g est borné car π l'est et ρ^{**} est propre; de même, h est borné. Le raisonnement usuel (voir par exemple celui qui précède la proposition 13) montre que g et h permettent de définir un isomorphisme du normalisé de $A_{n,q} \cap V$ avec $\tilde{\Gamma}_D$, c'est-à-dire du germe de $X_{n,q}$ au point singulier avec $\underline{\tilde{\Gamma}}$. ■