E) Sur les travaux de W. M. Schmidt

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1985)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Enfin dans l'article « 16 variables », Davenport propose, au lemme 13, la propriété T_2:

« Ne pas représenter zéro et ne pas être équivalente (par $GL_n(\mathbf{Q})$) à une forme du type $C_1(u_1, ..., u_{n-r}) + C_2(v_1, ..., v_r)$ pour $1 \leqslant r \leqslant n-1$ ».

Non seulement T_2 est plus simple que T_1 mais la démonstration associée simplifie nettement les précédentes. Enfin si C est rationnellement équivalente à $C_1(u_1, ..., u_{n-r}) + C_2(v_1, ..., v_r)$, les sommes $S(\alpha)$ construites sur C sont le produit des mêmes sommes construites sur C_1 et C_2 et on obtient un raisonnement rapide par itération qui conduit au pire sur les formes diagonales connues depuis longtemps: un bien joli travail de précision!

Malheureusement aucune généralisation pour $d \geqslant 4$ ne paraît possible (dixit Davenport).

Enfin Davenport fait remarquer que pour démontrer le cas $N = 17$, sa démonstration est encore plus simple et qu'il suffit de la propriété T_3:

« Ne pas représenter zéro »

(cf. Davenport, « Analytic Methods... », Lemme 36).

E) Sur les travaux de W. M. Schmidt

Dans son article « Simultaneous rational zeros of quadratic forms », W. M. Schmidt considère le système $f = 0$ pour r formes quadratiques à coefficients entiers.

Soit $\mathbf{Q}(f) = \{\mu_1 f_1 + ... + \mu_r f_r \mid (\mu_1, ..., \mu_r) \in \mathbf{Q}^r - \{0\}\}$ le pinceau rationnel engendré par f.

Soit $\mathbf{C}(f) = \{\mu_1 f_1 + ... + \mu_r f_r \mid (\mu_1, ..., \mu_r) \in \mathbf{C}^r - \{0\}\}$ le pinceau complexe engendré par f.

Dans son lemme 6, pour obtenir les hypothèses (H1) et (H2), Schmidt propose la propriété T_1:

« Pour tout $g \in \mathbf{Q}(f)$, on a rang $g > 2r^2 + 3r$ ».

Il consacre à l'hypothèse (H3) son paragraphe 5 où il utilise les théorèmes 2 et 6 de son article « Simultaneous p-adic zeros of quadratic forms ». Il parvient ainsi à la propriété T_2:

« Pour tout $g \in \mathbf{Q}(f)$, on a rang $g > 4r^3 + r^2$ »

qui implique donc les hypothèses (H3), (H2) et (H1).

Enfin il montre que la propriété T_3:

« Pour tout $g \in \mathbf{C}(f)$, on a rang $g > 4r^2 + 4r$ »

implique la propriété T_2. Il en déduit son principal résultat:

$\{(\mathrm{H}_4) \text{ et } T_3\} \Rightarrow \{\text{le système } f \text{ représente zéro}\}$.