Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1986)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

$SO(n)$ zu untersuchen und zu zeigen, dass diese Kurve die kürzeste Verbindung zwischen $\mathbf{1}$ und $\mathbf{1} + 2B_{ij}$ darstellt. Sei dazu V eine beste orthogonale Approximation von M_{ij}. (V ist nicht eindeutig, da M_{ij} nicht regulär ist.) Dann besitzt M_{ij} die polare Zerlegung $M_{ij} = VT$, wobei T symmetrisch ist und $T^2 = M_{ij}^* M_{ij} = M_{ij}$ gilt, also

$$\begin{aligned} \| M_{ij} - V \|^2 &= \| T - \mathbf{1} \|^2 = \| T \|^2 - 2\mathrm{tr}T + \| \mathbf{1} \|^2 \\ &= \| M_{ij} \|^2 - 2\mathrm{tr}T + \| \mathbf{1} \|^2 = n - 2 - 2\mathrm{tr}T + n \\ &= 2n - 2 - 2\mathrm{tr}T . \end{aligned}$$

Numerieren wir die Standardbasis des $\mathbf{R}^n$ in geeigneter Weise um, so ist

$$T^2 = \begin{pmatrix} 1 & & & & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 0 & & \\ 0 & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad , \text{also} T = \begin{pmatrix} T_1 & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & 0 \end{pmatrix}$$

mit $T_1 \in O(n-2)$ symmetrisch, und damit $\mathrm{tr}T \leqslant n-2$, wobei Gleichheit genau für $T_1 = \mathbf{1}$ gilt. Folglich ist $\| M_{ij} - V \|^2 \geqslant 2n - 2 - 2n + 4 = 2$, und jeder Weg in $SO(n)$ zwischen $\mathbf{1}$ und $\mathbf{1} + 2B_{ij}^2$ verläuft ausserhalb der offenen Kugel vom Radius $\sqrt{2}$ um M_{ij} in $\mathbf{R}^{n \times n}$ und ist damit mindestens so lang wie der Kreisbogen $(\exp(tB_{ij}))_{0 \leqslant t \leqslant \pi}$.

LITERATUR

[1] BOTT, R. Lectures on Morse Theory, old and new. *Bull. Amer. Math. Soc. 7* (1982), 331-358.

[2] EHRESMANN, C. Sur la topologie des groupes simples clos. *C. R. Acad. Sci. Paris 208* (1939), 1263-1265.

[3] HALMOS, P. R. *Finite-dimensional Vector Spaces*, 2nd ed., Princeton, N. J.: Van Nostrand (1958).

[4] JEGER, M. *Einführung in die Kombinatorik*, Bd. 2, Stuttgart: Klett (1976).

(Reçu le 5 août 1985)

Hansklaus Rummler

Institut de Mathématiques
de l'Université de Fribourg
CH-1700 Fribourg