§3. The Algebraic Properties of E (See [SKK], [Bj])

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1986)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

§ 3. The Algebraic Properties of $\mathscr{E}$ (See [SKK], [Bj])

3.1. In the preceding section, we introduced the notion of micro-differential operators. The ring $\mathscr{E}$ of micro-differential operators has nice algebraic properties similar to those of the ring of holomorphic functions.

Let us recall some definitions of finiteness properties.

Definition 3.1.1. Let $\mathscr{A}$ be a sheaf of rings on a topological space S.

(1) An $\mathscr{A}$-module $\mathscr{M}$ is called *of finite type* (resp. *of finite presentation*) if for any point $x \in X$ there exists a neighborhood U and an exact sequence $0 \leftarrow \mathscr{M}|_U \leftarrow \mathscr{A}^p|_U$ (resp. $0 \leftarrow \mathscr{M}|_U \leftarrow \mathscr{A}^p|_U \leftarrow \mathscr{A}^q|_U$).

(2) $\mathscr{M}$ is called *pseudo-coherent*, if any submodule of finite type defined on an open subset is of finite presentation. If $\mathscr{M}$ is pseudo-coherent and of finite type, then $\mathscr{M}$ is called *coherent*.

(3) $\mathscr{M}$ is called *Noetherian* if $\mathscr{M}$ satisfies the following properties:

(a) $\mathscr{M}$ is coherent.

(b) For any $x \in X$, $\mathscr{M}_x$ is a Noetherian $\mathscr{A}_x$-module (i.e. any increasing sequence of $\mathscr{A}_x$-submodules is stationary).

(c) For any open subset U, any increasing sequence of coherent $(\mathscr{A}|_U)$-submodules of $\mathscr{M}|_U$ is locally stationary.

As for the sheaf of holomorphic functions, we have

Theorem 3.1.1 ([SKK] Chap. II, Thm. 3.4.1, Prop. 3.2.7). *Let* $\mathring{T}^*X$ *denote the complement of the zero section in* T^*X.

(1) $\mathscr{E}_X$ *and* $\mathscr{E}_X(0)$ *are Noetherian rings on* T^*X.

(2) $\mathscr{E}_X$ *is flat over* $\pi^{-1}\mathscr{D}_X$.

(3) $\mathscr{E}_X(\lambda)|_{\mathring{T}^*X}$ *is a Noetherian* $\mathscr{E}_X(0)|_{\mathring{T}^*X}$*-module.*

(4) *For* $p \in T^*X$, $\mathscr{E}_X(0)_p$ *is a local ring with the residual field* $\mathbf{C}$.

(5) *A coherent* $\mathscr{E}_X$*-module is pseudo-coherent over* $\mathscr{E}_X(0)$.

§ 4. Variants of $\mathscr{E}$ (See [SKK], [Bj], [S])

4.1. We have defined the sheaf of rings $\mathscr{E}$. However we can introduce other sheaves of rings, similar to $\mathscr{E}$, which makes the theory transparent.