Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **38 (1992)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 38 (1992), p. 219-232

POLYNÔMES HOMOGÈNES RÉELS AVEC GRADIENT À SINGULARITÉ ISOLÉE

par H.-M. MAIRE

RÉSUMÉ. Les niveaux et sous-niveaux d'un polynôme réel homogène de degré $m \geqslant 2$ avec gradient à singularité isolée en 0 (i.e., avec hessien non dégénéré) ont la même homologie que les niveaux et sous-niveaux d'une forme quadratique non dégénérée. L'existence de tels polynômes pour m pair $\geqslant 6$ avec hessien d'indice quelconque est établie. On montre par contre que le hessien de tout polynôme homogène de degré 4 en au moins 3 variables dont l'indice est différent de 0 et n en un point, dégénère en dehors de l'origine.

1. INTRODUCTION

Pour deux entiers $m, n \geqslant 2$, soit $H_n^{(m)}$ l'ensemble des polynômes réels P à n variables, homogènes de degré m dont le gradient $P' : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ a une singularité isolée en 0, en d'autres termes, tels que la matrice hessienne

$$P''(x) = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x_j \partial x_k}(x) \right)_{1 \leqslant j, k \leqslant n}$$

est non dégénérée pour tout $x \in \mathbf{R}^n \setminus 0$, c'est-à-dire

$$x \in \mathbf{R}^n, \quad \det P''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 . \tag{1}$$

Si P appartient à $H_n^{(m)}$, la relation d'Euler $P''(x)x = (m-1)P'(x)$ donne

$$x \in \mathbf{R}^n, \quad P'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 , \tag{2}$$

donc P a aussi une singularité isolée en 0. De plus, l'indice de Morse $\operatorname{ind} P''(x)$ (= nombre de valeurs propres négatives) de la forme quadratique

Mots-clés: fonction de Morse — hessien — singularités isolées.
Classification AMS: 14G30 - 57R.