Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **38 (1992)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 38 (1992), p. 27-40

THE CATEGORY OF NILMANIFOLDS

by John OPREA

ABSTRACT. The techniques of rational homotopy theory are used to compute the category of a nilmanifold: $\mathrm{cat}(M) = \dim M = \mathrm{rank}(\pi_1 M)$. This information is of interest to dynamicists since the theorem of Lusternik-Schnirelmann then shows that the number of critical points of a smooth function of M is bounded below by $\mathrm{rank}(\pi_1 M) + 1$.

INTRODUCTION

As a first step to understanding the structure of certain dynamical systems on nilmanifolds, one might hope to have computable lower bounds on the number of critical points of smooth functions. Of course, one is then led to the Lusternik-Schnirelmann definition of category and their well-known result that category $(+1)$ is such a bound. Unfortunately, category is rarely computable, so those who require numerical bounds often employ the fact that category majorizes cuplength. Hence cuplength (which, generally, is a more computable homotopy invariant than category) is the numerical invariant frequently sought for in order to provide a lower bound for the number of critical points of smooth functions on a manifold.

Indeed, some time ago, for the reasons above, Chris McCord asked me if I knew of a formula for the cuplength of a nilmanifold. I did not then, and after many computations I do not now! Thus, I pose:

QUESTION. What is the cuplength (with $\mathbf{Q}$-coefficients say) of a nilmanifold?

Suprisingly, however, the need for such knowledge by dynamicists is obviated by the following.