Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 38 (1992)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ACTIONS QUASI-LINÉAIRES SUR LES SPHÈRES
Autor: Hausmann, Jean-Claude
Kapitel: 6. Actions libres de S^3
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-59482

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

6. Actions libres de S^3

Les résultats pour S^3 sont similaires à ceux pour S^1 (à part la proposition 5.1 qui ne se retrouve que partiellement dans 6.4.a). Les démonstrations sont identiques, le rôle de $\mathbf{CP}^2$ étant tenu par $\mathbf{HP}^1 = S^4$ (et la 1re classe de Chern étant remplacée par la seconde). Les détails sont donc laissés au lecteur.

(6.2) Théorème. *Toute action libre QL de S^3 sur S^n, avec $n \geqslant 11$, est différentiablement conjuguée à l'action standard.*

(6.3) *Remarque.* Il existe, en général, une infinité dénombrable d'actions libre de S^3 sur S^n ($n \geqslant 11$) qui sont deux-à-deux non-topologiquement conjuguées (voir [Hs] pour un exemple dans le cas $n = 11$). Ces actions ne sont donc pas topologiquement conjuguées à une action QL.

Comme dans le paragraphe précédent, la situation des actions de S^3 sur S^7 est très différente:

(6.4) Théorème. a) *Toute action libre de S^3 sur S^7 est différentiablement conjuguée à une action QL et topologiquement conjuguée à l'action standard.*

b) *L'ensemble des classes de conjugaison différentiable d'actions QL libres de S^3 sur S^7 se surjecte sur l'ensemble des classes de difféomorphisme de structures différentiables sur S^4. Les préimages de cette surjection ont au plus 2 éléments.*

Remarque. La détermination de l'ensemble des classes de difféomorphisme de structures différentiables sur S^4 constitue un problème ouvert et on ne sait même pas s'il est fini. L'hypothèse que cet ensemble est réduit à un seul élément est connue sous le nom de «conjecture de Poincaré différentiable».

Comme dans la preuve de 5.5, on montre que la préimage d'une variété V homéomorphe à S^4 par la surjection de 6.5.b est unique si et seulement si V possède un difféomorphisme sur elle-même renversant l'orientation (rappelons que ce n'est en général pas le cas pour des sphères d'homotopie de dimension supérieure ou pour certaines structures différentiables exotiques sur $\mathbf{R}^4$). Cependant, comme c'est le cas pour $V = S^4$, on a:

(6.5) Corollaire. *Les deux énoncés suivants sont équivalents:*

1) *Toute action libre de S^3 sur S^7 est différentiablement conjuguée à l'action standard.*

2) *Toute variété différentiable homéomorphe à S^4 est difféomorphe à S^4 (conjecture de Poincaré différentiable en dimension 4).*