Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **42 (1996)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 42 (1996), p. 97-123

MOYENNES SUR CERTAINS ENSEMBLES DE DIVISEURS D'UN ENTIER

par Jean-Marie DE KONINCK et Jacques GRAH[1])

ABSTRACT. Given an arithmetical function f, we examine the average value of $f(d)$ as d runs through subsets of the divisors d of an integer n. In particular, we study the functions $\bar{f}(n) = \frac{1}{\tau(n)} \sum_{d \mid n} f(d)$, $\hat{f}(n) = \frac{1}{2^{\omega(n)}} \sum_{\substack{d \mid n \\ d \text{ squarefree}}} f(d)$ and $\tilde{f}(n) = \frac{1}{2^{\omega(n)}} \sum_{\substack{d \mid n \\ (d, n/d) = 1}} f(d)$, where $\tau(n)$ is the number of divisors of n and $\omega(n)$ stands for the number of distinct prime factors of n, and show that their arithmetic properties resemble those of f.

1. INTRODUCTION

Soit $\mathbf{F}$ l'ensemble des fonctions arithmétiques. On dit que $f \in \mathbf{F}$ est *additive* si $f(mn) = f(m) + f(n)$ lorsque $(m, n) = 1$. Si $n = q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} \dots q_r^{\alpha_r}$ est la décomposition canonique de n, alors les fonctions $\omega(n) = \sum_{p \mid n} 1 = r$, $\Omega(n) = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i$ et $\log n$ sont additives. Lorsque l'égalité $f(mn) = f(m) + f(n)$ est valable pour tous les entiers positifs m et n, on dit que f est *totalement additive*. Si en plus d'être additive, f satisfait $f(p^\alpha) = f(p)$ pour chaque nombre premier p et tout $\alpha \in \mathbf{N}$, on qualifie f de *fortement additive*.

Une fonction $f \in \mathbf{F}$ est dite *multiplicative* si $f(mn) = f(m) f(n)$ lorsque $(m, n) = 1$. C'est le cas des fonctions $\lambda(n) = (-1)^{\Omega(n)}$, $\tau(n) = \prod_{i=1}^{r} (\alpha_i + 1)$, $\phi(n) = \sum_{\substack{m \leqslant n \\ (m,n)=1}} 1$, $\sigma(n) = \sum_{d \mid n} d$, $1(n) = 1 \; \forall n \geqslant 1$, $\delta(n) = q_1 q_2 \dots q_r$ (qu'on

[1]) Travail supporté en partie par une subvention du CRSNG et une subvention du programme FCAR. 1991 Mathematics Subject Classification: 11A25, 11N37.