1. The formula of Allendoerfer and Weil

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **42 (1996)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

1. The formula of Allendoerfer and Weil

A C^∞ (resp. C^ω) manifold with corners is a topological Hausdorff space locally modeled upon a product of lines and half-lines and such that coordinate changes are of class C^∞ (resp. C^ω). For precise definitions and basic information about this concept we refer to [DH]. A *Riemannian polyhedron* is a compact manifold with corners equipped with a Riemannian metric.

Let $\mathcal{P}^n$ be an n-dimensional Riemannian polyhedron with boundary consisting of a finite family of lower dimensional subpolyhedra

$$\mathcal{P}_E^{n-k} \ (0 \leq k \leq n-1)$$

and with Riemannian metric induced from $\mathcal{P}^n$. The *outer angle* $O(p)$ at a point p of $\mathcal{P}_E^{n-k}$ is defined as the set of all unit tangent vectors $v \in T_p\mathcal{P}^n$ such that $\langle v, w\rangle_p \leq 0$ for all w in the tangent cone of $\mathcal{P}^n$ at p. Note that $O(p)$ is a spherical cell bounded by "great spheres" in the $(k-1)$-dimensional unit sphere of the normal space of $\mathcal{P}_E^{n-k} \subset \mathcal{P}^n$ at p. In [AW] Allendoerfer and Weil define a certain real valued function $\Psi_{E,k}$ on the outer angles of $\mathcal{P}_E^{n-k}$. The explicit form of this function will not be needed in this paper. We shall only use the fact that $\Psi_{E,k}$ is locally computable from the components of the metric and the curvature tensor of $\mathcal{P}^n$ and from the components of the second fundamental forms $\mathrm{II}_Z(p), Z \in O(p)$, of $\mathcal{P}_E^{n-k}$ in $\mathcal{P}^n$. Let Ψdv denote the Gauss-Bonnet-Chern form on $\mathcal{P}^n$ and dv_E (resp. $d\omega_{k-1}$) the volume element of $\mathcal{P}_E^k$ (resp. of the standard unit sphere S^{k-1}). The *inner Euler characteristic* χ' of $\mathcal{P}^n$ is by definition the Euler characteristic of the open complex consisting of all inner cells in an arbitrary simplicial subdivision of $\mathcal{P}^n$.

We can now state the generalized Gauss-Bonnet formula of Allendoerfer-Weil for Riemannian polyhedra (see [AW]).

Proposition 1.1. *Let $\mathcal{P}^n$ be a Riemannian polyhedron with boundary consisting of a finite family of subpolyhedra $\mathcal{P}_E^{n-k}$. Then the inner Euler characteristic of $\mathcal{P}^n$ is given by*

$$(-1)^n\chi'(\mathcal{P}^n) = \int_{\mathcal{P}^n} \Psi dv + \sum_{k=1}^{n}\sum_{E}\int_{\mathcal{P}_E^{n-k}} \Big(\int_{O(p)} \Psi_{E,k}\, d\omega_{k-1}\Big)\, dv_E(p)\,.$$