Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **43 (1997)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **04.06.2024**

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

**Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

**http://www.e-periodica.ch**

$$\begin{aligned} a(p^2) &= 3 + 2\epsilon(p) + 2\overline{\epsilon}(p) + \epsilon(p)^2 + \epsilon(p)\,\overline{\epsilon}(p) + \overline{\epsilon}(p)^2 \\ &= 2 - \epsilon(p)\,\overline{\epsilon}(p) + \{1 + \epsilon(p) + \overline{\epsilon}(p)\}^2 \\ &\geq 2 - |\epsilon(p)|^2 \geq 1\,. \end{aligned}$$

Thus

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a(n)}{n^{1/2}} \geq \sum_p \frac{a(p^2)}{p} \geq \sum_p \frac{1}{p}\,.$$

In view of the divergence of $\sum p^{-1}$, it follows that $\sum a(n)\,n^{-1/2}$ diverges.

On the other hand, applying Landau's lemma with $c_n = a(n)$, $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = 1$, we find that $\sum a(n)\,n^{-1/2}$ converges. This contradiction shows that the assumption $g(1) = 0$ is untenable and so the proof is complete.

## REFERENCES


[1] INGHAM, A. E. Note on Riemann's $\zeta$-function and Dirichlet's $L$-functions. *J. London Math. Soc. 5* (1930), 107–112.

[2] LANDAU, Edmund. Über einen Satz von Tschebyschef. *Math. Ann. 61* (1905), 527–550, or *Collected Works vol. 2* (Thales Verlag, 1986), 206–229.

[3] —— Über das Nichtverschwinden einer Dirichletschen Reihe. *Sitzungsberichte der Preussischen Akad. Wiss. Berlin* (1906), 314–320, or *Collected Works vol. 2* (Thales Verlag, 1986), 230–236.

[4] NARASIMHAN, Raghavan. Une remarque sur $\zeta(1 + it)$. *L'Enseignement Math. (2) 14* (1969), 189–191.

[5] NEWMAN, D. J. A "natural" proof of the non-vanishing of $L$-series. *Contemp. Math. 143* (1993), 495–498.

[6] SHAPIRO, George. On the non-vanishing at $s = 1$ of certain Dirichlet series. *Amer. J. Math. 71* (1949), 621–626.


*(Reçu le 16 avril 1997)*

Paul T. Bateman

Department of Mathematics
University of Illinois
Urbana, IL 61801
U. S. A.
*e-mail:* bateman@math.uiuc.edu