Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **43 (1997)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

the Sylow-2-subgroup of $L^{\#}/L$) may be derived from the equality

$$\left[(Sp_4(3) \circ C_3) \underset{\sqrt{-3}}{\overset{2}{\boxtimes}} SL_2(3)\right]_{16} = \left[(Sp_4(3) \circ C_3) \underset{\sqrt{-3}}{\overset{2(2)}{\boxtimes}} SL_2(3)\right]_{16}$$

and

$$\left[SL_2(5) \underset{\infty,3}{\overset{2(3)}{\boxtimes}} (SL_2(3) \overset{2}{\square} C_3)\right]_{16} = \left[(SL_2(5).2 \circ C_3) \underset{\sqrt{-3}}{\overset{2(2)}{\boxtimes}} SL_2(3)\right]_{16}$$

using Proposition 5.

Similarly one uses Proposition 5 to show the 2-modularity of the lattices of the r.i.m.f. group 6 in $GL_{24}(\mathbf{Q})$ using the description

$$\left[6.U_4(3).2 \underset{\sqrt{-3}}{\overset{2}{\boxtimes}} SL_2(3)\right]_{24} = \left[6.U_4(3).2 \overset{2(2)}{\circ} SL_2(3)\right]_{24}.$$

For the groups 44 and 64, which are the only groups which are not p-lattice sparse for a relevant prime p (=2), one has to note that the invariant sublattice of index 2^{12} in L is unique.

The theorem now follows from the next lemma. □

LEMMA 9. *The lattices (of determinant* $3^8 \cdot 5^8$*) of the r.i.m.f. subgroup* $G := [\pm \mathrm{Alt}_6 .2^2]_{16} \leq GL_{16}(\mathbf{Q})$ *(number 20 of* [NeP 95]*) are not (strongly) modular.*

Proof. Let L be such a G-invariant lattice and $L' \in \pi(L)$. Assume that there is a similarity $s : L' \to L$. By Proposition 3, this similarity s normalises G. Let $U \cong \mathrm{Alt}_6$ be the characteristic subgroup $\cong \mathrm{Alt}_6$ of G. Since the full automorphism group of U is already induced by conjugation with elements of G, there exists $g \in G$, such that $n := gs \in GL_{16}(\mathbf{Q})$ centralises U. Hence $n \in C_{M_{16}(\mathbf{Q})}(U) \cong \mathbf{Q}[\sqrt{5}]$. Since this number field does not contain an element of norm 3, one concludes that $[L' : L] = 5^8$. So the lattice L is neither similar to $L^{\#}$ nor to the lattice $L' \in \pi(L)$ corresponding to the 3-Sylow subgroup of $L^{\#}/L$. Note that if $[L' : L] = 5^8$, an element $x \in C_{M_{16}(\mathbf{Q})}(U)$ with $x^2 = 5$, induces a similarity by Proposition 4. □

REFERENCES

[CCNPW 85] CONWAY, J. H., R. T. CURTIS, S. P. NORTON, R. A. PARKER and R. A. WILSON. *Atlas of Finite Groups.* Oxford University Press, 1985.

[Neb 95] NEBE, G. Endliche rationale Matrixgruppen vom Grad 24. Dissertation RWTH Aachen. *Aachener Beiträge zur Mathematik 12* (1995).

[Neb 96] NEBE, G. Finite subgroups of $GL_{24}(\mathbf{Q})$. *Exp. Math. 5* (1996), 163–195.

[Neb 96a] —— Finite subgroups of $GL_n(\mathbf{Q})$ for $25 \leq n \leq 31$. *Comm. Alg. 24 (7)* (1996), 2341–2397.

[NeP 95] NEBE, G. and W. PLESKEN. Finite rational matrix groups of degree 16. *AMS Memoirs, vol. 116, No. 556* (1995).

[PlN 95] PLESKEN, W. and G. NEBE. Finite rational matrix groups. *AMS Memoirs, vol. 116, No. 556* (1995).

[Que 95] QUEBBEMANN, H.-G. Modular lattices in Euclidean spaces. *J. Number Theory 54* (1995), 190–202.

[Que 96] —— Atkin-Lehner eigenforms and strongly modular lattices. *L'Ens. Math. 43* (1997), 55–65.

(Reçu le 25 juin 1996; version révisée reçue le 22 novembre 1996)

Gabriele Nebe

Lehrstuhl B für Mathematik
RWTH Aachen
Templergraben 64
52062 Aachen
Germany

E-mail: gabi@willi.math.rwth-aachen.de