LA VIE ET L'ŒUVRE D'ANDRÉ WEIL

Autor(en): **SERRE, Jean-Pierre**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **45 (1999)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-64439

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 45 (1999), p. 5–16

LA VIE ET L'ŒUVRE D'ANDRÉ WEIL

par Jean-Pierre SERRE *)

André Weil est mort à Princeton, en août 1998. Il avait 92 ans. Ses dernières années avaient été assombries par la disparition de sa femme, Eveline, ainsi que par les infirmités du grand âge. La mort a peut-être été pour lui une délivrance.

Le bureau de l'Académie m'a demandé d'évoquer devant vous sa vie et son œuvre.

Il était né à Paris, en 1906, d'une famille juive. Son père, médecin, était d'origine alsacienne, sa mère, d'origine autrichienne et née en Russie. Il avait une sœur, Simone, plus jeune que lui de trois ans; les deux enfants étaient très proches l'un de l'autre, et le sont restés jusqu'à la mort de Simone en 1943; André Weil s'est beaucoup occupé ensuite de la publication des nombreux textes inédits laissés par sa sœur.

On trouve dans ses *Souvenirs d'Apprentissage* ([**1991**]) un récit charmant de l'éducation à la fois soignée et peu orthodoxe qu'il a reçue. Bilan: un goût très vif pour les langues anciennes (latin, grec, sanscrit) et une vocation bien affirmée de mathématicien. Cela le conduit à entrer à l'École Normale Supérieure en 1922, alors qu'il n'a que 16 ans (la tradition normalienne veut qu'il s'y promenait en culottes courtes). Il en sort en 1925, reçu premier à l'agrégation malgré une copie blanche à l'épreuve de mécanique rationnelle, sujet qui ne lui paraissait pas faire partie des mathématiques. Il s'en va en Italie, puis en Allemagne, où se trouvaient certains des meilleurs mathématiciens de l'époque tels Hilbert, Artin, von Neumann, Siegel. Il soutient sa thèse en

*) Texte lu à l'Académie des Sciences de Paris le 1er mars 1999. Cet article paraîtra aussi dans les *Discours et Notices Biographiques*, Acad. Sci. Paris, *vol. 2* (1999).

1928, à 22 ans. Il est professeur en Inde (à Aligarh) pendant deux ans; il y occupe un poste que lui avait procuré l'indianiste Sylvain Levi dont il avait suivi les cours de sanscrit au Collège de France. Ensuite, c'est Marseille, puis Strasbourg de 1933 à 1939. C'est pendant son séjour à Strasbourg qu'il s'associe à des amis de l'École Normale (Henri Cartan, Jean Dieudonné, Jean Delsarte, ...) pour créer le groupe Bourbaki. En 1939, au moment de la déclaration de guerre, il se rend en Finlande; après avoir failli y être fusillé comme espion soviétique, il revient en France et est incarcéré à la prison de Rouen. Condamné pour insoumission, il est bientôt libéré, et après diverses aventures (décrites dans ses *Souvenirs*), il réussit à partir pour les États-Unis en 1940. Il y reste quelques années avant d'aller au Brésil pour deux ans. Ce n'est qu'en 1947 qu'il reçoit enfin un poste correspondant à son niveau: il est professeur à l'Université de Chicago, puis (en 1958) à l'Institute for Advanced Study de Princeton, où il passe les quarante dernières années de sa vie. L'Institute lui convenait fort bien, à la fois par la liberté qu'il lui donnait pour enseigner (ou ne pas enseigner, s'il le préférait), et par le niveau de ses professeurs et de ses visiteurs. (Sa place naturelle, chez nous, aurait été le Collège de France; j'ai souvent rêvé à ce qu'eût été une chaire de Mathématique qu'il aurait occupée ! Hélas, cela n'a pas pu se faire.)

Pour en terminer avec l'aspect «universitaire» de Weil, je mentionne quelques-unes des distinctions qu'il a reçues (ou plutôt qu'il a accepté de recevoir): il était membre de l'Académie des Sciences des USA et de la Royal Society de Londres; il a eu le prix Wolf en 1979 (en même temps que Jean Leray, et un an avant Henri Cartan), et le prix Kyoto en 1994; il semble que ce dernier prix lui ait fait particulièrement plaisir à cause des excellentes relations qu'il a toujours eues avec les mathématiciens japonais.

J'en viens maintenant à l'essentiel, c'est-à-dire à ses travaux. Sa première publication est une Note aux Comptes rendus ([1926]). Dans les cinquante ans qui ont suivi, il a publié une dizaine d'ouvrages et une centaine d'articles, rédigés en français ou en anglais, parfois en allemand. Ces articles ont été rassemblés dans les trois volumes de ses *Œuvres Mathématiques*, publiés par la maison d'édition Springer-Verlag ([**1979**]). Weil leur a adjoint de précieux *Commentaires*, où il explique leur genèse.

Il n'est pas possible de classer ces textes par sujets. Trop de thèmes différents s'y croisent. Bien sûr, on pourrait s'amuser, à la mode américaine, à y relever des mots significatifs *(Keywords)*: zêta, Siegel, points rationnels, variétés abéliennes, ... Ce ne serait guère sérieux. La seule possibilité me paraît être de suivre l'ordre chronologique, qui est d'ailleurs celui adopté dans les *Œuvres*.

1. Commençons par la thèse ([1928]). Il s'agit de théorie des nombres, et plus particulièrement d'équations diophantiennes, c'est-à-dire de points rationnels sur des variétés algébriques. A l'époque, la seule méthode connue était la méthode de *descente*, due à Fermat. Toutefois, l'emploi de cette méthode était subordonné à des calculs explicites, quelque peu miraculeux, qu'il fallait faire dans chaque cas particulier. Weil est le premier à voir qu'il y a derrière ces calculs un principe général, qu'il appelle le *théorème de décomposition*; ce théorème effectue une sorte de transfert entre propriétés algébriques (en principe faciles) et propriétés arithmétiques (plus difficiles). Il en déduit ce que nous appelons maintenant le *théorème de Mordell-Weil*: le groupe des points d'une variété abélienne qui sont rationnels sur un corps de nombres donné est de type fini. La démonstration est loin d'être aisée: la géométrie algébrique de l'époque ne disposait pas des outils nécessaires. Heureusement, Weil, qui s'était pénétré de l'œuvre de Riemann dès l'École Normale, peut remplacer l'algèbre, qui lui manque, par l'analyse: fonctions thêta. Il parvient finalement au but.

« But » ? Le mot n'est pas exact. En fait, comme dans presque tous les travaux de Weil, il s'agit plutôt d'un *point de départ*, à partir duquel on peut attaquer d'autres questions. Dans le cas présent, ces questions sont les suivantes:

- Prouver la finitude des points *entiers* d'une courbe affine de genre > 0. Cela a été fait, un an plus tard, par Siegel, en combinant les idées de Weil avec celles de la théorie des nombres transcendants.
- Prouver la finitude des points rationnels en genre > 1 *(conjecture de Mordell)*. Cela a été fait, cinquante-cinq ans plus tard, par Faltings.
- Rendre *effectifs* (c'est-à-dire explicitables) les résultats qualitatifs de Mordell-Weil, Siegel et Faltings. Pour Siegel, cela a été fait, au moins partiellement, par Baker (1966–1968); pour Mordell-Weil et Faltings, la question est toujours ouverte (et intéresse beaucoup les arithméticiens).

2. Dans les années qui suivent sa thèse, Weil explore diverses pistes pouvant mener à la conjecture de Mordell. L'une d'elles le conduit à son grand mémoire *Généralisation des fonctions abéliennes* ([1938a]), un texte qui se présente comme de l'Analyse, mais dont la signification est essentiellement algébrique, alors que sa motivation est arithmétique ! (Qui d'autre que Weil et Siegel ont pu comprendre ce texte en 1938 ? On peut se le demander.) Le succès de sa thèse reposait sur l'emploi des variétés abéliennes, et en particulier des jacobiennes. Weil est persuadé qu'il faut sortir du cadre abélien.

La jacobienne paramètre les fibrés vectoriels de rang 1 (et de degré 0); il faut paramétrer des fibrés de rang quelconque (autrement dit passer de $\mathbf{GL}_1$ à $\mathbf{GL}_n$ — ce sera l'un de ses thèmes favoris). Mais en 1938 personne, pas même lui, ne sait ce qu'est un fibré vectoriel analytique, et encore moins algébrique: ce n'est qu'une dizaine d'années plus tard que cette notion sera dégagée (par Weil lui-même). Ce détail ne l'arrête pas. Il introduit une notion équivalente à celle de fibré vectoriel, celle de « classe de diviseurs matriciels », et démontre par voie analytique (en suivant Riemann et Poincaré) la *formule de Riemann-Roch* et ce que nous appelons maintenant le *théorème de dualité* (qu'il appelle « théorème de Riemann-Roch non homogène »). Un beau tour de force ! Mais définir des fibrés ne suffit pas; ce qu'il cherche, ce sont leurs « variétés de modules », qui doivent remplacer les jacobiennes. Du point de vue de la géométrie algébrique, c'est un problème de passage au quotient très sérieux; il n'a été résolu que quelque vingt ans plus tard, par Grothendieck et Mumford. Weil doit se contenter de résultats partiels, en bonne partie non démontrés (mais qui se révéleront essentiellement corrects); *a fortiori*, il ne peut en donner aucune application arithmétique. Un échec, donc ? Non, car ce qu'il fait sur Riemann-Roch servira à d'autres de modèle, quinze ans plus tard; quant aux variétés de modules qu'il tentait de construire, elles se sont révélées essentielles dans d'autres questions: en géométrie différentielle, avec Donaldson, et en caractéristique $p > 0$, avec Drinfeld.

3. Pendant la période dont je parle (1928–1940), Weil est loin de ne s'occuper que de théorie des nombres. Voici quelques-unes de ses autres activités:

- en analyse complexe à plusieurs variables, introduction d'une intégrale généralisant celle de Cauchy, et que l'on appelle maintenant *l'intégrale de Weil* ([1932b] et [1935d]); il en déduit une généralisation du théorème de Runge: si D est un domaine borné défini par des inégalités polynomiales, toute fonction holomorphe sur D est limite de polynômes pour la topologie de la convergence compacte;
- en théorie des groupes de Lie compacts, utilisation de méthodes topologiques (formule de Lefschetz) pour démontrer la conjugaison des tores maximaux ([1935e]);
- en analyse ultramétrique (sujet qui était en enfance), définition des fonctions elliptiques p-adiques ([1936h]);
- en topologie, définition des espaces uniformes ([1937]);

– il publie chez Hermann un ouvrage : *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications* ([**1940d**]) où il expose, sous une forme à la fois bourbachique, élégante, et concise, les deux aspects de cette théorie qui étaient accessibles à l'époque : le cas des groupes compacts (relations d'orthogonalité des caractères) et celui des groupes commutatifs (dualité de Pontrjagin et transformation de Fourier).

4. Revenons maintenant à la théorie des nombres, et à la géométrie algébrique, avec la célèbre Note de 1940 :

Entre 1925 et 1940, l'école allemande, sous l'impulsion d'Artin et de Hasse, avait mis en évidence de remarquables analogies entre les corps de nombres algébriques et les corps de fonctions d'une variable sur un corps fini (en langage géométrique : courbes sur un corps fini). Les uns comme les autres possèdent des *fonctions zêta*, pour lesquelles la question de *l'hypothèse de Riemann* se pose. Dans le cas des corps de fonctions, Hasse était parvenu à démontrer cette hypothèse lorsque le genre est 1. Comment attaquer les genres > 1 ? C'est pendant son séjour à Rouen de 1940 que Weil voit la solution : au lieu de travailler uniquement avec des courbes, autrement dit avec des variétés de dimension 1, on doit utiliser des variétés de dimension plus grande (surfaces, variétés abéliennes) et leur adapter des résultats démontrés (sur le corps des nombres complexes) par voie topologique ou analytique. Il envoie aux *Comptes rendus* une Note ([1940b]) qui commence ainsi :

> « Je vais résumer dans cette Note la solution des principaux problèmes de la théorie des fonctions algébriques à corps de constantes fini... »

Cette Note contient une esquisse de démonstration, pas davantage. Tout repose sur un « lemme important », tiré de la géométrie italienne. Comment démontrer ce lemme ? Weil se rend bientôt compte que ce n'est possible qu'en reprenant entièrement les définitions et les résultats de base de la géométrie algébrique, et en particulier ceux de la théorie des intersections (permettant un calcul des cycles remplaçant l'homologie manquante). Il est ainsi amené à écrire *Foundations of Algebraic Geometry* ([**1946a**]), ouvrage massif (et quelque peu aride) de 300 pages, qui n'a été remplacé que vingt ans plus tard par les non moins massifs et arides *Éléments de Géométrie Algébrique* de Grothendieck. Une fois les *Foundations* rédigées, Weil peut revenir aux courbes et à leur hypothèse de Riemann. Il publie coup sur coup deux ouvrages : *Sur les courbes algébriques et les variétés qui s'en déduisent* ([**1948a**]) et *Variétés abéliennes et courbes algébriques* ([**1948b**]). Après huit années, et plus de 500 pages, sa Note de 1940 est enfin justifiée !

Quelles sont les retombées ? Tout d'abord, l'hypothèse de Riemann a des applications concrètes. Elle donne des majorations de sommes trigonométriques à une variable ([1948c]), par exemple la suivante (utile dans la théorie des formes modulaires) :

$$\left|\sum \cos\bigl(2\pi(x+x')/p\bigr)\right| \leqq 2\sqrt{p} \qquad (p \text{ premier}),$$

où la sommation porte sur les entiers x tels que $0 < x < p$, et x' désigne l'inverse de x modulo p.

De plus, Weil est amené, non seulement à donner des fondements solides à la géométrie algébrique, mais aussi à développer une théorie algébro-géométrique des variétés abéliennes, parallèle à la théorie analytique basée sur les fonctions thêta. Les variétés abéliennes sont longtemps restées un de ses thèmes favoris (cf. [1952e], [1954g], [1976b], [1977c]), avec notamment la théorie de la multiplication complexe ([1955c] et [1955d]), obtenue simultanément (et indépendamment) par Taniyama et Shimura.

5. Guidé par le cas des courbes, ainsi que par des calculs explicites dans le cas des hypersurfaces monomiales, Weil formule ([1949b]) ce que l'on a tout de suite appelé les *conjectures de Weil.* Ces conjectures portent sur les variétés (projectives, non singulières) sur un corps fini. Elles reviennent à supposer que les méthodes topologiques de Riemann, Lefschetz, Hodge, ... s'appliquent en caractéristique $p > 0$; dans cette optique, le nombre de solutions d'une équation (mod p) apparaît comme un nombre de points fixes, et doit donc pouvoir être calculé par la formule des traces de Lefschetz. Cette idée, vraiment révolutionnaire, a enthousiasmé les mathématiciens de l'époque (je peux en témoigner de première main); elle a été à l'origine d'une bonne partie des progrès de la géométrie algébrique dans les années qui ont suivi. L'objectif cherché n'a été atteint qu'après environ vingt-cinq ans, non par Weil lui-même, mais (principalement) par Grothendieck et Deligne. Les méthodes qu'ils ont été amenés à développer comptent parmi les plus puissantes de la géométrie algébrique actuelle; elles ont eu des applications à des sujets aussi divers que la théorie des formes modulaires (ce qu'avait d'ailleurs pressenti Weil) et la détermination des caractères des groupes finis « algébriques » (Deligne-Lusztig).

6. Weil revient à l'arithmétique avec son travail de 1951 sur la théorie du corps de classes ([1951b]). Cette théorie avait atteint en 1927 une forme en apparence définitive avec la démonstration par Artin de la loi générale de réciprocité. Dans le langage introduit par Chevalley, le résultat principal

s'énonce en disant que le groupe de Galois de l'extension abélienne maximale d'un corps de nombres K est isomorphe au quotient C_K/D_K, où C_K est le groupe des classes d'idèles de K, et D_K est sa composante connexe. (Ainsi, on décrit ce qui se passe au-dessus de K par des données tirées de K lui-même, tout comme un topologue décrit les revêtements d'un espace à partir des classes de lacets de celui-ci.) Toutefois, un aspect désagréable de cette théorie est que ce n'est pas le groupe C_K qui est un groupe de Galois, mais seulement son quotient C_K/D_K. Weil part de l'idée que le groupe C_K lui-même doit être un groupe de Galois en un sens convenable (en quel sens ? nous ne le savons toujours pas). Si c'est vrai, cela entraîne de remarquables propriétés fonctorielles des groupes C_K (par exemple, si L/K est une extension galoisienne finie, il doit y avoir une extension canonique de $\mathrm{Gal}(L/K)$ par C_L). On peut se proposer de démontrer directement ces propriétés. C'est ce que fait Weil. Ici encore, les retombées sont importantes :

- on est amené à étudier les groupes de cohomologie des groupes C_L ; c'est l'origine des méthodes cohomologiques en théorie du corps de classes, développées par Nakayama, Hochschild, Artin, Tate, ...
- les nouveaux « groupes de Weil » ainsi définis permettent de définir de nouveaux types de fonctions L, contenant comme cas particuliers, à la fois les fonctions L non abéliennes d'Artin, et les fonctions L avec « Grössencharakter » de Hecke. Comme le dit Weil, on réalise ainsi le mariage d'Artin et de Hecke !

7. Peu après, Weil publie une étude ([1952b], complétée dans [1972]) sur les *formules explicites* de la théorie des nombres ; ces formules (essentiellement connues des spécialistes, semble-t-il) relient des sommes portant sur les nombres premiers à d'autres sommes portant sur les zéros des fonctions zêta. Weil les écrit de façon très suggestive (par exemple en mettant bien en évidence l'analogie entre places archimédiennes et places ultramétriques — un autre de ses thèmes favoris). Le résultat le plus intéressant est une traduction de l'hypothèse de Riemann en termes de la positivité d'une certaine distribution. Cette traduction sera-t-elle utile pour démontrer l'hypothèse de Riemann ? Il est trop tôt pour le dire.

8. Divers travaux de Weil entre 1940 et 1965 se rapportent à la géométrie différentielle. Ce sont :

- (avec Allendoerfer) formule de Gauss-Bonnet pour les polyèdres riemanniens ([1943a]) ;

- démonstration des théorèmes de de Rham (lettre à H. Cartan de 1947, cf. [1952a]) : un texte qui a beaucoup influencé Cartan pour sa mise au point de la théorie des faisceaux (due initialement à Leray) ;
- formes harmoniques et théorie de Kähler ([1947b] et [**1958a**]) ; ce sont là les outils de base de l'application des méthodes analytiques à la géométrie algébrique ;
- théorie des connexions et introduction de *l'algèbre de Weil* ([1949e]) ;
- déformations des espaces localement homogènes et des groupes discrets ([1960c], [1962b], [1964a]) ; il y démontre des théorèmes de rigidité pour les sous-groupes discrets cocompacts des groupes de Lie simples de rang > 1.

9. Dans les années 50 et 60, Weil a consacré une série d'articles à des thèmes inspirés de Siegel. Il s'est d'ailleurs exprimé là-dessus dans ses *Œuvres* (vol. II, p. 544) :

« Commenter Siegel m'a toujours paru l'une des tâches qu'un mathématicien de notre temps pouvait le plus utilement entreprendre. »

Noter le verbe « commenter » : un bel exemple d'*understatement* ! Weil fait bien plus :

- Dans [**1961a**] et [1962a] il développe de façon systématique les méthodes adéliques introduites par Kuga et Tamagawa. Non seulement cela redonne les théorèmes de Siegel sur les formes quadratiques, mais cela suggère de nouveaux problèmes, par exemple celui-ci : montrer que le nombre de Tamagawa d'un groupe simplement connexe est égal à 1 (on sait maintenant, grâce aux travaux de Langlands, Lai, et Kottwitz, que la réponse est positive).
- Dans ses deux mémoires des *Acta Mathematica* ([1964b] et [1965]) il revient aux formes quadratiques et à la formule de Siegel d'un point de vue tout à fait différent. Il introduit, et étudie, un nouveau groupe, le *groupe métaplectique*, ainsi qu'une représentation de ce groupe (que l'on appelle maintenant la *représentation de Weil*). La formule de Siegel se présente alors comme l'égalité de deux distributions, l'une d'elles étant une sorte de série d'Eisenstein, alors que l'autre est une moyenne de fonctions thêta. Ce résultat n'est d'ailleurs pas limité aux formes quadratiques : Weil montre qu'il s'applique à tous les groupes classiques, et qu'il entraîne des théorèmes du type local $\longleftrightarrow$ global (principe de Hasse), ainsi que des déterminations de nombres de Tamagawa.

10. L'œuvre de Hecke est aussi l'une de celles qui ont beaucoup inspiré Weil. Dans *l'Avenir des Mathématiques* ([1947a]) il parlait déjà des produits eulériens « dont les recherches de Hecke viennent seulement de nous révéler l'extrême importance en théorie des nombres et en théorie des fonctions ». Vingt ans plus tard ([1967a]) il apporte une contribution décisive aux travaux de Hecke en montrant que certaines équations fonctionnelles pour une série de Dirichlet ainsi que pour ses « tordues » par des caractères équivalent au fait que cette série provient d'une forme modulaire. On obtient ainsi l'une de ces choses si précieuses en mathématique, un *dictionnaire*

$$\text{formes modulaires} \longleftrightarrow \text{séries de Dirichlet.}$$

L'implication $\longrightarrow$ était due à Hecke, qui avait également démontré l'implication réciproque dans le cas particulier du niveau 1 ; l'idée nouvelle de Weil a été d'utiliser la « torsion ». L'un des aspects les plus intéressants de sa théorie est la façon dont les constantes des équations fonctionnelles varient par torsion (autrement dit, par produit tensoriel).

Ce travail a suscité de nombreux développements, dont certains par Weil lui-même ([**1971a**]). Il a trouvé sa place dans ce que l'on appelle la « philosophie de Langlands ». L'une de ses retombées a été une formulation précise d'une conjecture un peu vague faite par Taniyama en 1955, suivant laquelle toute courbe elliptique sur $\mathbf{Q}$ est « modulaire ». Le travail de Weil suggère que le « niveau » modulaire nécessaire est le même que le « conducteur » de la courbe, i.e. est déterminé par des propriétés de mauvaise réduction; cela a permis quantité de vérifications numériques, avant que le résultat ne soit finalement démontré (sous certaines restrictions techniques) par Wiles, en 1995.

11. Les dernières publications de Weil concernent l'histoire des mathématiques. C'est là un sujet qui l'intéressait depuis longtemps, comme en témoignent certaines des *Notes Historiques* de Bourbaki (en particulier celle sur le calcul différentiel et intégral dans *Fonctions d'une Variable Réelle*, chap. I–III). Il avait commencé par un bref ouvrage, à la fois mathématique et historique: *Elliptic Functions according to Eisenstein and Kronecker* ([**1976a**]); il dit l'avoir écrit avec beaucoup de plaisir, et ce plaisir se communique au lecteur ! Les textes suivants sont plus franchement historiques. Il faut surtout citer son *Number Theory — An approach through history from Hammurapi to Legendre* ([**1984**]) dans lequel il décrit l'histoire de la théorie des nombres jusqu'en 1800, c'est-à-dire jusqu'aux *Disquisitiones Arithmeticæ* non comprises (ses lecteurs auraient bien aimé qu'il aille plus loin, et qu'il nous parle de Gauss, Jacobi, Eisenstein, Riemann, ... — il ne s'en est pas senti

la force). Comme on pouvait s'y attendre avec lui, ce sont les mathématiques qui sont l'objet principal de ces livres et non pas la vie privée ni les relations sociales. Seule l'histoire des idées importe. Quel point de vue rafraîchissant ! Bien sûr, écrire de tels livres n'est pas facile. Il y faut des dons linguistiques et littéraires (Weil n'en manquait pas). Il faut aussi (et surtout) être capable de distinguer ce qui est une idée vraiment nouvelle, et ce qui relève seulement de la technique standard (il s'exprime là-dessus dans [1978b]); c'est certainement ce qui est le plus difficile pour un historien non mathématicien (voir par exemple [1973], [1975a], [1978a]).

Je termine ici cette description, trop superficielle je le crains, de ce qu'a fait André Weil. Ce qui rend son œuvre unique dans les mathématiques du XXe siècle, c'est son aspect prophétique (Weil « voit » dans l'avenir) combiné avec la précision la plus classique. Lire et étudier cette œuvre, et en discuter avec lui, auront été parmi les plus grandes joies de ma vie de mathématicien.

RÉFÉRENCES *)

[1926] Sur les surfaces à courbure négative. *C.R. Acad. Sci. Paris 182*, 1069–1071.

[1928] L'arithmétique sur les courbes algébriques. *Acta Math. 52*, 281–315.

[1932b] Sur les séries de polynômes de deux variables complexes. *C.R. Acad. Sci. Paris 194*, 1304–1305.

[1935d] L'intégrale de Cauchy et les fonctions de plusieurs variables. *Math. Ann. 111*, 178–182.

[1935e] Démonstration topologique d'un théorème fondamental de Cartan. *C.R. Acad. Sci. Paris 200*, 518–520.

[1936h] Sur les fonctions elliptiques p-adiques. *C.R. Acad. Sci. Paris 203*, 22–24.

[1937] Sur les espaces à structure uniforme et sur la topologie générale. *Act. Sc. et Ind.* n° 551, Hermann, Paris, 3–40.

[1938a] Généralisation des fonctions abéliennes. *J. Math. Pures Appl. (IX) 17*, 47–87.

[1940b] Sur les fonctions algébriques à corps de constantes fini. *C.R. Acad. Sci. Paris 210*, 592–594.

[1940d] *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications.* Hermann, Paris (2e édition 1953).

[1943a] (jointly with C. Allendoerfer) The Gauss-Bonnet theorem for Riemannian polyhedra. *Trans. Amer. Math. Soc. 53*, 101–129.

[1946a] *Foundations of Algebraic Geometry.* Amer. Math. Soc. Coll., vol. XXIX. New York (2nd edition 1962).

*) Les caractères gras désignent les livres et les notes de cours.

[1947a] L'avenir des mathématiques. *« Les Grands Courants de la Pensée Mathématique »*, éd. F. Le Lionnais, Cahiers du Sud, Paris, 307–320 (2e éd., A. Blanchard, Paris 1962).

[1947b] Sur la théorie des formes différentielles attachées à une variété analytique complexe. *Comment. Math. Helv. 20*, 110–116.

[1948a,b] (a) *Sur les courbes algébriques et les variétés qui s'en déduisent*, Hermann, Paris; (b) *Variétés abéliennes et courbes algébriques, ibid.* [2e édition de (a) et (b), sous le titre collectif *« Courbes algébriques et variétés abéliennes », ibid.*, 1971].

[1948c] On some exponential sums. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 34,* 204–207.

[1949b] Numbers of solutions of equations in finite fields. *Bull. Amer. Math. Soc. 55*, 497–508.

[1949e] Géométrie différentielle des espaces fibrés (inédit).

[1951b] Sur la théorie du corps de classes. *J. Math. Soc. Japan 3*, 1–35.

[1952a] Sur les théorèmes de de Rham. *Comment. Math. Helv. 26*, 119–145.

[1952b] Sur les « formules explicites » de la théorie des nombres premiers. *Comm. Sém. Math. Univ. Lund* (vol. dédié à Marcel Riesz), 252–265.

[1952e] On Picard varieties. *Amer. J. Math. 74,* 865–894.

[1954g] On the projective embedding of abelian varieties, in *Algebraic geometry and Topology, A Symposium in honor of S. Lefschetz.* Princeton U. Press, 177–181.

[1955c] On a certain type of characters of the idèle-class group of an algebraic number-field, in *Proc. Intern. Symp. on Algebraic Number Theory, Tokyo-Nikko,* 1–7.

[1955d] On the theory of complex multiplication, *ibid.,* 9–22.

[1958a] *Introduction à l'étude des variétés kählériennes*. Hermann, Paris.

[1960c] On discrete subgroups of Lie groups. *Ann. of Math. 72,* 369–384.

[1961a] *Adeles and algebraic groups.* I.A.S., Princeton.

[1962a] Sur la théorie des formes quadratiques, in *Colloque sur la Théorie des Groupes Algébriques.* C.B.R.M., Bruxelles, 9–22.

[1962b] On discrete subgroups of Lie groups (II). *Ann. of Math. 75,* 578–602.

[1964a] Remarks on the cohomology of groups. *Ann. of Math. 80*, 149–157.

[1964b] Sur certains groupes d'opérateurs unitaires. *Acta Math. 111*, 143–211.

[1965] Sur la formule de Siegel dans la théorie des groupes classiques. *Acta Math. 113*, 1–87.

[1967a] Über die Bestimmung Dirichletscher Reihen durch Funktionalgleichungen. *Math. Ann. 168*, 149–156.

[1971a] *Dirichlet series and automorphic forms*. Lecture Notes N° 189, Springer.

[1972] Sur les formules explicites de la théorie des nombres. *Izv. Mat. Nauk SSSR (Ser. Mat.) 36*, 3–18.

[1973] Review of "The mathematical career of Pierre de Fermat", by M. S. Mahoney. *Bull. Amer. Math. Soc. 79*, 1138–1149.

[1975a] Review of "Leibniz in Paris 1672–1676, his growth to mathematical maturity", by Joseph E. Hofmann. *Bull. Amer. Math. Soc. 81*, 676–688.

[1976a] *Elliptic Functions according to Eisenstein and Kronecker.* (Ergebnisse der Mathematik, Bd. 88), Springer.

[1976b] Sur les périodes des intégrales abéliennes. *Comm. Pure Appl. Math. XXIX*, 813–819.

[1977c] Abelian varieties and the Hodge ring (inédit).

[1978a] Who betrayed Euclid? *Arch. Hist. Exact Sci. 19*, 91–93.

[1978b] History of mathematics: Why and how. *Proc. Intern. Math. Congress, Helsinki*, vol. I, 227–236.

[1979] *Œuvres Scientifiques — Collected Papers*, 3 vol. Springer.

[1984] *Number Theory — An approach through history from Hammurapi to Legendre*. Birkhäuser.

[1991] *Souvenirs d'apprentissage*. Birkhäuser.

(Reçu le 3 mars 1999)

Jean-Pierre Serre

Collège de France
3, rue d'Ulm
F-75231 Paris Cedex 05
France