Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **46 (2000)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

THEOREM 4.16. *Let $n \in \mathbf{Z}$, $n \geq 1$. Then for all χ and for all $t \in \mathbf{C}_p$, $|t|_p < 1$,*

$$B_{-n,\chi}(-t) = (-1)^n \chi(-1) B_{-n,\chi}(t) .$$

Proof. Since

$$B_{-n,\chi}(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \binom{-n}{m} B_{-n-m,\chi} t^m ,$$

and $B_{-n-m,\chi} = 0$ whenever $n+m \not\equiv \delta_\chi \pmod 2$ for each $m \in \mathbf{Z}$, $m \geq 1$, we see that $B_{-n,\chi}(t)$ is either an odd or an even function according to whether $n + \delta_\chi$ is odd or even, respectively. Thus

$$\begin{aligned} B_{-n,\chi}(-t) &= (-1)^{n+\delta_\chi} B_{-n,\chi}(t) \\ &= (-1)^n \chi(-1) B_{-n,\chi}(t) , \end{aligned}$$

and the proof is complete. □

REFERENCES

[1] ANKENY, N., E. ARTIN and S. CHOWLA. The class number of real quadratic number fields. *Ann. of Math. (2) 56* (1952), 479–493.

[2] BARSKY, D. Sur la norme de certaines séries d'Iwasawa (une démonstration analytique p-adique du théorème de Ferrero-Washington). *Study group on ultrametric analysis, 10th year: 1982/83, No. 1.* Inst. Henri Poincaré, Paris, 1984.

[3] BERGER, A. Recherches sur les nombres et les fonctions de Bernoulli. *Acta Math. 14* (1890/1891), 249–304.

[4] BERNOULLI, J. *Ars Conjectandi.* Basel, 1713. Reprinted in *Die Werke von Jakob Bernoulli.* Vol. 3. Birkhäuser, Basel, 1975.

[5] CARLITZ, L. Arithmetic properties of generalized Bernoulli numbers. *J. reine angew. Math. 202* (1959), 174–182.

[6] COMTET, L. *Advanced Combinatorics. The Art of Finite and Infinite Expansions.* Revised and enlarged edition. D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1974.

[7] FRESNEL, J. Nombres de Bernoulli et fonctions L p-adiques. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 17* (1967), fasc. 2, 281–333 (1968).

[8] GOUVÊA, F. Q. *p-adic Numbers. An Introduction.* Universitext. Springer, Berlin, 1993.

[9] GRANVILLE, A. Arithmetic properties of binomial coefficients. I. Binomial coefficients modulo prime powers. *Organic Mathematics (Burnaby, BC, 1995).* CMS Conf. Proc. 20, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1997, 253–276.

[10] GUNARATNE, H. S. A new generalisation of the Kummer congruence. *Computational algebra and number theory (Sydney, 1992).* Math. Appl. 325, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1995, 255–265.

[11] —— Periodicity of Kummer congruences. *Number Theory (Halifax, NS, 1994).* CMS Conf. Proc. 15, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1995, 209–214.

[12] HURWITZ, A. Einige Eigenschaften der Dirichlet'schen Functionen $F(s) = \sum (D/n)1/n^s$, die bei der Bestimmung der Classenanzahlen binärer quadratischer Formen auftreten. *Zeitsch. für Math. und Physik 27* (1882), 86–101.

[13] IWASAWA, K. *Lectures on p-adic L-functions.* Ann. of Math. Studies, Vol. 74, Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., 1972.

[14] KUBOTA, T. and H.-W. LEOPOLDT. Eine p-adische Theorie der Zetawerte. I. Einführung der p-adischen Dirichletschen L-Funktionen. *J. reine angew. Math. 214/215* (1964), 328–339.

[15] LEOPOLDT, H.-W. Eine Verallgemeinerung der Bernoullischen Zahlen. *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg 22* (1958), 131–140.

[16] RAABE, J. Zurückführung einiger Summen und bestimmten Integrale auf die Jacob-Bernoullische Function. *J. Reine Angew. Math. 42* (1851), 348–367.

[17] RIEMANN, B. Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse. *Monatsber. Akad. Berlin* (1859), 671–680.

[18] SHIRATANI, K. Kummer's congruence for generalized Bernoulli numbers and its application. *Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. Ser. A 26* (1972), 119–138.

[19] WASHINGTON, L. C. *Introduction to Cyclotomic Fields.* Second edition. Graduate Texts in Math. 83, Springer, New York, 1997.

[20] —— p-adic L-functions and sums of powers. *J. Number Theory 69* (1998), 50–61.

(Reçu le 27 septembre 1999)

Glenn J. Fox

Department of Mathematics
and Computer Science
Emory University
Atlanta, GA 30322
U. S. A.
e-mail: fox@mathcs.emory.edu