Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **46 (2000)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

(i) If $1 \leq p < q \leq 2$ then

$$\text{exact type of } L^p(\mu) = p < \text{exact type of } L^q(\nu) = q,$$

which excludes any isomorphism between $L^p(\mu)$, $L^q(\nu)$.

(ii) If $1 \leq p < 2$, $2 \leq q < \infty$ then

$$\text{exact type of } L^p(\mu) = p < \text{exact type of } L^q(\nu) = 2,$$

which excludes any isomorphism between $L^p(\mu)$, $L^q(\nu)$.

(iii) If $2 \leq p < q < \infty$ then $1 < q' < p' \leq 2$; if $L^p(\mu)$, $L^q(\nu)$ were isomorphic then their duals $L^{p'}(\mu), L^{q'}(\nu)$ would be isomorphic, which is impossible in view of (i).

(iv) If $1 < p < \infty$, $q = \infty$ then $L^p(\mu)$ has exact type equal to $\min(p, 2) > 1$ whereas $L^\infty(\nu)$ has exact type 1 ; thus $L^p(\mu)$ is not isomorphic to $L^\infty(\nu)$ (a fact which is obvious on the grounds of reflexivity as well).

(v) Finally, let $p = 1$, $q = \infty$; then $L^1(\mu)$ is not isomorphic to $L^\infty(\nu)$ since the exact cotype of $L^1(\mu)$ is 2 and the exact cotype of $L^\infty(\nu)$ is ∞.

This completes the proof of the L^p-isomorphism theorem.

A proof that no infinite dimensional $L^1(\mu)$ can be isomorphic to any $C_0(Y)$ or $C(Y)$ (Y any locally compact Hausdorff space) can be based on the same ideas as (v) above. The exact cotype of $L^1(\mu)$ is 2 whereas the exact cotype of any infinite dimensional $C_0(Y)$ or $C(Y)$ is ∞ (exactly as in the case of $L^\infty(\mu)$). This excludes the possibility of any isomorphism between $L^1(\mu)$ and $C_0(Y)$ or $C(Y)$.

REMARK. The L^p-isomorphism theorem seems to be known to various specialists; however, I know of no explicit formulation or proof of it in complete generality except for that in [C].

REFERENCES

[C] CHATTERJI, S. D. Measure theory and probability theory. *Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena, Supplemento Vol. XLVI* (1998), 151–169.

[DS] DUNFORD, N. and J. T. SCHWARTZ. *Linear Operators*, vol. 1. Interscience Publishers, New York, 1958.

[DJT] DIESTEL, J., JARCHOW, H. and A. TONGE. *Absolutely Summing Operators*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[H] HAUSDORFF, F. Eine Ausdehnung des Parsevalschen Satzes über Fourierreihen. *Math. Z. 16* (1923), 162–169.

[HR] HEWITT, E. and K. A. ROSS. *Abstract Harmonic Analysis.* vols. 1, 2. Springer-Verlag, Berlin, 1963, 1970.

[L] LIEB, E. H. Gaussian kernels have only Gaussian minimizers. *Invent. Math. 102* (1990), 179–208.

[RF] RIESZ, F. Über eine Verallgemeinerung der Parsevalschen Formel. *Math. Z. 18* (1923), 117–124. *Œuvres complètes*, vol. 1. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1960, 504–511.

[RM] RIESZ, M. Sur les maxima des formes bilinéaires et sur les fonctionnelles linéaires. *Acta Math. 49* (1927), 465–497. *Collected Papers*. Springer-Verlag, Berlin, 1988, 377–409.

[W] WEIL, A. *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications.* Hermann, Paris, 1965 (1re éd. 1940).

(Reçu le 14 avril 2000)

S. D. Chatterji

École Polytechnique Fédérale de Lausanne
Département de Mathématiques
CH-1015 Lausanne
Switzerland
e-mail: chatterji <Srishti.Chatterji@epfl.ch>