Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 47 (2001)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PROPOS D'UN THÉORÈME DE VERSHIK ET KARPUSHEV
Autor: Louvet, Nicolas
Kapitel: 4.2 Théorème de Schoenberg
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-65439

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

le support de ρ est contenu dans l'adhérence de $\widetilde{\mathcal{V}}$ pour la topologie de Fell. La décomposition (4.1) montre que ρ est une sous-représentation de la représentation GNS associée à ψ^g, qui est elle-même une sous-représentation de π_ψ ; et π_ψ est une sous-représentation de $\pi \oplus \overline{\pi}$. Quitte à échanger les rôles de π et $\overline{\pi}$ (ce qui peut se faire sans perte de généralité car $\mathrm{H}^1(G,\pi) \neq 0$ si et seulement si $\mathrm{H}^1(G,\overline{\pi}) \neq 0$ et $\operatorname{supp}\pi \subset \operatorname{cor} G$ si et seulement si $\operatorname{supp}\overline{\pi} \subset \operatorname{cor} G$), on peut supposer que ρ possède une sous-représentation σ qui est équivalente à une sous-représentation de π.

Le support de σ est dans l'adhérence de $\widetilde{\mathcal{V}}$, puisqu'il est contenu dans le support de ρ. Comme π est une représentation factorielle, σ et π sont quasi-équivalentes (proposition 5.3.5 de [Dix]), d'où il résulte que leurs supports coïncident. Par suite

$$\operatorname{supp}\pi = \operatorname{supp}\sigma \subset \overline{\widetilde{\mathcal{V}}}.$$

Ceci étant vrai pour tout choix de $\widetilde{\mathcal{V}}$, le support de π est contenu dans le cortex de G.

4.2 Théorème de Schoenberg

Soit ψ une fonction conditionnellement de type positif sur un groupe G. Pour tout nombre réel $t > 0$, la fonction φ_t définie par

$$\varphi_t(g) = e^{t\psi(g)}$$

est de type positif. De plus,

$$\lim_{t\to 0} \varphi_t = 1 \qquad \text{et} \qquad \lim_{t\to 0} \frac{\varphi_t - 1}{t} = \psi \tag{4.2}$$

avec des limites au sens de la topologie de la convergence compacte (voir par exemple le théorème 5.16 de [HaVa]).

4.3 Décomposition de Choquet

On dit qu'une mesure μ sur un espace Ω est *supportée* par une partie mesurable $A \subset \Omega$ si $\mu(\Omega \setminus A) = 0$.

Soit F un espace vectoriel topologique localement convexe séparé et métrisable et K une partie convexe et compacte de F. On note $\operatorname{ex} K$ l'ensemble des points extrémaux de K. Une mesure de probabilité μ supportée par $\operatorname{ex} K$ détermine un unique élément $x \in K$ donné par la formule

$$x = \int_K y\, d\mu(y),$$

entendue au sens $*$-faible, c'est-à-dire au sens où