2.4 Petite dimension

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **49 (2003)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

le premier cas, l'existence d'endomorphismes non inversibles ne préservant aucune fibration force M à être un tore (voir [28]). Dans le second cas, le premier groupe d'homologie de M est fini.

2.4 Petite dimension

Le théorème d'Hurwitz montre que les courbes qui possèdent des endomorphismes de degré plus grand que 1 sont la droite projective et les courbes elliptiques. Ceci peut être démontré à l'aide de la remarque 2.1.

Les surfaces qui possèdent des endomorphismes non inversibles ne préservant aucune fibration doivent être cherchées parmi celles dont la dimension de Kodaira est 0 ou $-\infty$. A côté des tores et du plan projectif on trouve l'exemple des surfaces toriques; ainsi, la transformation polynomiale $[x : y : z] \mapsto [x^2 : y^2 : z^2]$ détermine un endomorphisme du plan projectif qui se relève au plan projectif éclaté en $[0 : 0 : 1]$. Les exemples ainsi construits sur les variétés toriques sont tous conjugués à des endomorphismes du plan projectif par une transformation birationnelle. Ces trois familles d'exemples persistent en toute dimension.

D'après [21], les endomorphismes non inversibles des surfaces kählériennes appartiennent tous à l'une de ces trois familles. De surcroît, les fibrations méromorphes invariantes par des endomorphismes non inversibles deviennent triviales après revêtement fini (voir [5], [21] et les références qui s'y trouvent). La situation pour les surfaces est donc bien comprise. Les blocs élémentaires sont des variétés homogènes.

Pour les variétés projectives de dimension 3 dont la dimension de Kodaira est positive ou nulle, on dispose également d'une classification. Celle-ci n'apporte pas de surprise (voir [25]). Le cas $\mathrm{kod}(M) = -\infty$ est plus intéressant et plus obscur: Ekaterina Amerik a étudié les endomorphismes des variétés qui admettent une fibration par des espaces projectifs, ceci en dimension quelconque [5], mais peu de résultats sont disponibles pour la situation générale.

2.5 Une question proche

Au lieu de regarder les endomorphismes d'une variété X dans elle-même, on peut s'intéresser aux applications surjectives $f : X \to Y$ entre variétés de même dimension. Dans [3], [4], [6], les variétés de Fano, les quadriques et les variétés projectives avec un nombre de Picard égal à 1 sont traitées. Les méthodes employées ont un corollaire intéressant pour notre étude: une hypersurface lisse H de l'espace projectif $\mathbf{P}^N$, $N > 2$, admet