12.2 Proof of Theorem 12.4

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **49 (2003)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **04.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

12.2 Proof of Theorem 12.4

Lemma 12.5. *Let (Γ, d_Γ) be an $\mathbf{R}$-forest. Let ψ be a weakly bi-Lipschitz forest-map of (Γ, d_Γ). Let (K_ψ, f, σ_t) be the mapping-telescope of (ψ, Γ), equipped with a structure of forest-stack as defined in Section 2. Then the semi-flow $(\sigma_t)_{t\in\mathbf{R}^+}$ is a bounded-cancellation and bounded-dilatation semi-flow with respect to any horizontal d_Γ-metric (see Lemma 12.1).*

Proof. The horizontal metric $\mathcal{H}$ agrees with the metric d_Γ on all the strata $f^{-1}(n)$, $n \in \mathbf{Z}$ (see Lemma 12.1). Consider any horizontal geodesic g in the stratum $f^{-1}(0)$. If ψ is weakly bi-Lipschitz with constants μ_0 and K_0, then for any integer $n \geq 0$, we have $|[g]_n|_n \geq \frac{1}{\mu_0^n}|g|_0 - K_0(\frac{1}{\mu_0^{n-1}} + \frac{1}{\mu_0^{n-2}} + \ldots + 1)$. Since $0 < \frac{1}{\mu_0} < 1$, the sum tends to $\frac{\mu_0}{\mu_0 - 1}$ as $n \to +\infty$. Setting $\lambda_- = \frac{1}{\mu_0}$ and $K = K_0 \frac{\mu_0}{\mu_0 - 1}$, this proves the inequality of item (1) for horizontal geodesics in $f^{-1}(n)$, $n \in \mathbf{Z}$, and an integer time t. For the case in which t is any positive real number and $g \in f^{-1}(r)$, r any real number, just decompose $\sigma_t = \sigma_{t-E[t]} \circ \sigma_{E[t-(E[r]+1-r)]} \circ \sigma_{E[r]+1-r}$. The map σ_t is a homeomorphism from $f^{-1}(r)$ onto $f^{-1}(r+t)$ for any $t \in [0, E[r]+1-r)$. That is, for any real r, $|[g]_{r+t}|_{r+t} = |\sigma_t(g)|_{r+t}$ for $t \in [0, E[r]+1-r)$. The monotonicity of the maps $l_{r,g}$ (see Lemma 12.1, item (2)) implies, for any r and $t \in [0, E[r]+1-r)$, that $|\sigma_t(g)|_{r+t} \geq \frac{1}{\mu_0}|g|_r$. The conclusion follows. □

Lemma 12.6. *With the assumptions and notation of Lemma 12.5, if the map ψ is a (strongly) hyperbolic forest-map of (Γ, d_Γ) then the semi-flow $(\sigma_t)_{t\in\mathbf{R}^+}$ is (strongly) hyperbolic with respect to any horizontal d_Γ-metric.*

The proof is similar to that of Lemma 12.5. □

Proof of Theorem 12.4. By Lemmas 12.5 and 12.6, a mapping-telescope admits a structure of forest-stack $(\widetilde{X}, f, \sigma_t, \mathcal{H})$ with horizontal metric $\mathcal{H}$ such that the semi-flow $(\sigma_t)_{t\in\mathbf{R}^+}$ is a strongly hyperbolic semi-flow with respect to $\mathcal{H}$. Hence Theorem 4.4 implies Theorem 12.4. □

13. About mapping-torus groups

We first recall the definition of a *hyperbolic endomorphism* of a group introduced by Gromov [19].