Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **55 (2009)**

Heft 1-2

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

One could now use some results on Kleinian groups to conclude that $\alpha_n = 1$ (see, for example [7, I.D.4 and II.C.6]) but we prefer to give the following elementary argument. A simple computation shows that

$$\gamma_n^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1/m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \gamma_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{m\alpha_n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \gamma_n \begin{bmatrix} 1 & 1/m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \gamma_n^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\alpha_n}{m} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

These two transformations are in $\Gamma \cap \mathcal{T}$, and so α_n and $1/\alpha_n$ must be (positive) integers; that is, $\alpha_n = 1$. But then γ_n will be in $\Gamma \cap \mathcal{T}$ and therefore $z_n = z_n'$, since $X = \mathbf{H}/(\Gamma \cap \mathcal{T})$.

This proposition gives us a second way to prove the Big Picard Theorem without using the modular function, as follows. As in the proof given above, the function $f\colon \mathbf{D}^* \to X = \widehat{\mathbf{C}} \backslash \{\infty, 0, 1\}$ lifts to a function $\widetilde{f}\colon \mathbf{D}^* \to \mathbf{D}^*$ that gives a commutative diagram:

$$\begin{tikzcd} & \mathbf{D}^* \arrow[d, "\rho"] \\ \mathbf{D}^* \arrow[ur, "\widetilde{f}"] \arrow[r, "f"'] & X. \end{tikzcd}$$

The function $\widetilde{f}$ has a removable singularity at the origin with $\widetilde{f}(0) = 0$; the problem is to determine the behaviour of the map ρ. By Proposition 4.5 there is an ϵ such that ρ is a finite covering from $\mathbf{D}_\epsilon^*$ onto its image. But then by the Casorati-Weierstrass theorem ρ cannot have an essential singularity at the origin, and neither can f.

REFERENCES

[1] AHLFORS, L. V. *Conformal Invariants: Topics in Geometric Function Theory.* McGraw-Hill, New York, 1973.

[2] —— , *Complex Analysis.* Mc-Graw Hill, New York, 1979.

[3] CONWAY, J. B. *Functions of One Complex Variable.* Graduate Texts in Mathematics *11.* Springer-Verlag, Berlin and New York, 1973.

[4] FARKAS, H. M. and I. KRA. *Riemann Surfaces,* 2nd ed. Graduate Texts in Mathematics *71.* Springer-Verlag, New York, Heidelberg and Berlin, 1992.

[5] HATCHER, A. *Algebraic Topology.* Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

[6] KRANTZ, S. G. *Complex Analysis: the Geometric Viewpoint.* Carus Mathematical Monographs *23.* Mathematical Association of America, Washington DC, 1990.

[7] MASKIT, B. *Kleinian Groups.* Grundlehren der mathematischen Wissenschaften *287.* Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1988.

[8] NARASIMHAN, R. *Complex Analysis in One Variable.* Birkhäuser, Basel-Boston-Berlin, 1985.

[9] NEUENSCHWANDER, E. Studies in the history of complex function theory. I. The Casorati-Weierstrass theorem. *Historia Math. 5* (1978), 139–166.

[10] PICARD, É. *Œuvres de Ch.-É. Picard*, Tome I. Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1978.

[11] RAGHUNATHAN, M. S. *Discrete Subgroups of Lie Groups.* Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete *68.* Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1972.

[12] REMMERT, R. *Classical Topics in Complex Function Theory.* Graduate Texts in Mathematics *172.* Springer-Verlag, New York, Heidelberg and Berlin, 1998.

[13] RUDIN, W. *Real and Complex Analysis.* McGraw-Hill, New York, 1966.

(Reçu le 28 juin 2007; version révisée reçue le 8 janvier 2008)

Pablo Arés-Gastesi
T. N. Venkataramana

School of Mathematics
Tata Institute of Fundamental Research
Mumbai 400005
India
e-mail: pablo@math.tifr.res.in, venky@math.tifr.res.in