Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 86 (1988)

Heft: 7: Prof. Rudolf Conzett in memoriam

Artikel: Vergleichende Auswertung und Beurteilung von GPS-Beobachtungen in lokalen Netzen

Autor: Welsch, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-233778

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Vergleichende Auswertung und Beurteilung von GPS-Beobachtungen in lokalen Netzen

W. Welsch

Im Testnetz des Instituts für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München wurde folgendes beobachtungs- und auswertetechnische GPS-Experiment durchgeführt. In der Zeit vom 21. bis 23. Oktober 1986 wurden die acht Punkte des Netzes mit sieben TI 4100-Empfängern in drei Sessionen beobachtet, so dass insgesamt 17 linear unabhängige Basisvektoren vorlagen. Diese Beobachtungen wurden in vier verschiedenen Frequenzen bzw. Frequenzkombinationen (L1, L2, L3, L4) in Tages- und Gesamtlösungen mit Hilfe des Programmsystems DIPOP der University of New Brunswick bearbeitet. Zur Qualitätskontrolle wurden die GPS-Beobachtungen und ihre Ergebnisse mit dem ebenfalls terrestrisch bestimmten Testnetz als Komparator verglichen. Über die aus einer 7 Parameter Helmert-Transformation (Modell 1) ableitbaren funktionalen Vergleichselemente hinaus wurden durch eine stochastisch begründete verallgemeinerte Ähnlichkeitstransformation (Modell 2) im Sinne einer Selbstkalibrierung auch stochastische Vergleichselemente zugänglich gemacht. Diese ergaben, dass insbesondere und überraschenderweise die Einfrequenzauswertungen in einem lokalen Ingenieurnetz Ergebnisse liefern können, die denen einer präzisen terrestrischen Bestimmung in der Lage, besonders aber in der Höhe überlegen sind.

Dans le réseau-test de l'Institut de géodésie de l'Université de la Bundeswehr à Munich, l'expérience suivante a été organisée concernant les observations GPS et leur traitement. Du 21 au 23 octobre 1986, on a observé sur les 8 points du réseau, au cours de trois sessions, avec 7 récepteurs TI 4100, ce qui a fourni 17 déterminations de bases linéairement indépendantes. Les observations ont été faites en utilisant 4 fréquences ou combinaisons de fréquences différentes (L1, L2, L3, L4), puis traitées en solution journalière ou globale avec l'ensemble de programmes DIPOP de l'Université du Nouveau Brunswick. Pour le contrôle de la qualité du travail, les observations GPS et les résultats obtenus furent comparés avec les valeurs résultant de mesures terrestres. Les éléments de comparaison tirés d'une transformation de Helmert à 7 paramètres (modèle 1) et ceux d'une transformation de similitude générale (modèle 2) furent examinés dans le sens d'une auto-calibration. Il en résulte en particulier et de façon inattendue, que les résultats provenant d'observations dans un réseau local avec une seule fréquence, peuvent fournir des valeurs qui sont meilleures en planimétrie, mais surtout en altimétrie, que celles tirées de mesures terrestres précises.

1. Einleitung und Aufgabenstellung

Professor Conzett hat am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich das Lehrgebiet der Fehlerlehre und Ausgleichungsrechnung vertreten. Er war neuen Entwicklungen stets aufgeschlossen und hat es nicht gescheut, auch Themen, die noch nicht dem etablierten Fachwissen zugerechnet werden können, durch Einladungen zu Vorträgen und anderen Veranstaltungen seinen Kollegen und Studenten nahezubringen. Eines dieser Themen ist die Schätzung von Varianzkomponenten für Gruppen heterogener Beobachtungen. Der Autor dieses Beitrages durfte einmal anlässlich eines Vortrages im Rahmen des Geodätischen Kolloquiums über das Problem berichten. Wenn der Vortrag nicht ganz zur Zufriedenheit des Vortragenden (und vermutlich auch des Auditoriums) gelang, dann lag das sicherlich u.a. daran, dass es an verschiedenartigen und anschaulichen Anwendungsbeispielen mangelte. Dieses Manko möchte der Autor mit dem folgenden Beitrag wettmachen, in dem er die komplizierte Theorie auf ein praktisches und heute sehr aktuelles Thema der Ausgleichung eines geodätischen Netzes, dessen Beobachtungen aus terrestrischen und satellitengestützten Messungen bestehen, anwendet.

In geodätisch erschlossenen und hochentwickelten Ländern werden Satellitentechniken zu Vermessung geodätischer Netze nach einer gewissen Zeit der Erprobung und des Kennenlernens sicher vornehmlich zur Ergänzung und Verdichtung bestehender terrestrischer Netze verwendet oder aber selbst durch terrestrische Beobachtungen unterstützt werden. In vielen Fällen besteht dann die Aufgabe, beide Beobachtungsarten, die gewiss sehr heterogen sind, in gemeinsamen Modellen verarbeiten zu müssen. Wie jedermann weiss, ist das nicht nur ein Problem des funktionalen Ansatzes, sondern vor allem auch des stochastischen Parts des mathematischen Modells. Um zu den bisherigen Erfahrungen, die diesbezüglich noch nicht sehr reichhaltig sind, einen Beitrag zu leisten, sollen im folgenden die satellitengestützten Beobachtungen eines lokalen geodätischen Netzes, des Testnetzes des Instituts für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München im Inntal, nach verschiedenen Gesichtspunkten ausgewertet und mit den terrestrichen Beobachtungsergebnissen verglichen werden, um zu einer Beurteilung der Qualität der satellitengestützten Beobachtungen zu kommen.

2. GPS-Beobachtungen im Testnetz Inntal und ihre Auswertung mit dem Programmsystem DIPOP

1986 wurden in der Zeit vom 21. bis 23. Oktober (Tage 294, 295 und 296, 1986) im Testnetz Inntal [vgl. z.B. Welsch und Oswald, 1987] mit sieben TI 4100 GPS-Empfängern der US Defence Mapping Agency, des Instituts für Astronomische und Physikalische Geodäsie der Technischen Universität München, des Geodätischen Instituts der Universität Hannover und des Instituts für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München in drei Sessionen 17 unabhängige Basisvektoren beobachtet (Abb.). Vier von ihnen wurden wegen grösserer Beobachtungslücken (Unterbrechung der Beobachtung länger als zehn Minuten) für die Auswertung in je zwei Untervektoren aufgeteilt.

Die Auswertungen wurden vom Autor an der University of New Brunswick in Fredericton, Canada, mit dem dort entwickelten Programmsystem DIPOP (Differential Positioning Program Package for the Global Positioning System, Version DIPOP 2.0; [Santerre et al., 1987]) durchgeführt.

Das Programm besteht aus einem Pre-, Main- und Postprocessor. Der Preprocessor besitzt ausser Lese- und Dekodierprogrammen für verschiedene Empfänger eine Routine zur Voranalyse der undifferenzierten Rohphasen, um offensichtliche Datenfehler und cycle-slips zu beseitigen. In einer zweiten Routine werden zunächst single differences zwischen den Endpunkten ausgewählter Basislinien gebildet und Beobachtungslücken markiert, um sodann aus double differences restliche

von - bis	terrestrisch	GPS			
		L1	L2	L3	L4
		Gesamtlösung (Tageslösungen)			
1 - 2	7 555.757	.761(.758 ... .766)	.761(.759 ... .765)	.760(.757 ... .766)	.760(.754 ... .767)
1 - 3	8 857.731	.721(.721 ... .727)	.719(.718 ... .726)	.725(.725 ... .728)	.729(.729 ... .731)
1 - 4	14 040.391	.388(.383 ... .393)	.381(.378 ... .390)	.398(.373 ... .406)	.412(.359 ... .422)
1 - 5	11 901.437	.408(.406 ... .411)	.407(.408 ... .411)	.410(.403 ... .412)	.411(.398 ... .412)
1 - 6	13 293.801	.786(.789 ... .796)	.779(.755 ... .785)	.796(.795 ... .859)	.809(.803 ... .940)
1 - 7	8 690.722	.722(.713 ... .720)	.719(.704 ... .718)	.726(.724 ... .728)	.731(.728 ... .747)
1 - 8	11 294.677	.677(.666 ... .679)	.677(.658 ... .678)	.678(.674 ... .682)	.680(.673 ... .694)
2 - 3	4 456.968	.968(.966 ... .966)	.966(.961 ... .967)	.971(.965 ... .973)	.974(.964 ... .983)
2 - 4	9 047.543	.548(.546 ... .546)	.541(.534 ... .554)	.559(.535 ... .563)	.574(.521 ... .585)
2 - 5	10 045.839	.832(.829 ... .830)	.831(.828 ... .832)	.833(.825 ... .834)	.834(.821 ... .838)
2 - 6	18 211.964	.956(.955 ... .966)	.952(.933 ... .956)	.962(.955 ... .016)	.970(.954 ... .080)
2 - 7	14 200.109	.119(.108 ... .120)	.120(.100 ... .120)	.117(.120 ... .121)	.115(.120 ... .137)
2 - 8	18 849.205	.212(.199 ... .216)	.212(.191 ... .216)	.213(.211 ... .215)	.214(.213 ... .226)
3 - 4	5 302.746	.751(.750 ... .750)	.746(.742 ... .744)	.759(.760 ... .762)	.769(.771 ... .778)
3 - 5	5 657.669	.664(.662 ... .662)	.664(.663 ... .663)	.663(.661 ... .661)	.663(.660 ... .660)
3 - 6	15 842.624	.604(.605 ... .615)	.601(.593 ... .602)	.609(.609 ... .648)	.616(.615 ... .691)
3 - 7	12 573.477	.475(.479 ... .479)	.477(.484 ... .484)	.472(.472 ... .472)	.469(.463 ... .463)
3 - 8	19 469.497	.482(.483 ... .488)	.481(.479 ... .489)	.485(.486 ... .488)	.489(.484 ... .495)
4 - 5	5 264.623	.625(.620 ... .621)	.626(.617 ... .618)	.625(.623 ... .626)	.624(.627 ... .634)
4 - 6	18 206.983	.964(.963 ... .974)	.962(.959 ... .961)	.966(.968 ... .993)	.970(.975 ... .018)
4 - 7	15 994.093	.094(.081 ... .099)	.096(.081 ... .100)	.092(.083 ... .097)	.089(.084 ... .095)
4 - 8	24 131.096	.089(.077 ... .095)	.084(.076 ... .090)	.096(.079 ... .103)	.106(.080 ... .114)
5 - 6	13 053.953	.913(.918 ... .918)	.914(.918 ... .918)	.912(.918 ... .918)	.911(.917 ... .917)
5 - 7	11 343.094	.069(.063 ... .063)	.075(.066 ... .066)	.060(.057 ... .057)	.049(.050 ... .050)
5 - 8	20 387.089	.043(.039 ... .047)	.044(.040 ... .047)	.042(.038 ... .047)	.041(.036 ... .048)
6 - 7	4 628.215	.202(.214 ... .214)	.199(.174 ... .174)	.208(.276 ... .276)	.215(.355 ... .355)
6 - 8	12 575.651	.621(.620 ... .635)	.616(.596 ... .617)	.629(.625 ... .695)	.639(.631 ... .772)
7 - 8	10 001.425	.398(.401 ... .402)	.393(.396 ... .397)	.407(.408 ... .410)	.417(.417 ... .421)
s_d[mm]		17.6	18.8	17.0	18.8

Tab. 1: Raumstrecken als Ergebnis terrestrischer und satellitengestützter Beobachtungen
s_d Standardabweichung der GPS-Strecken der Gesamtlösungen gegenüber den terrestrischen Distanzen

Punkt Restklaffung		L1	L2	L3	L4
		Gesamtlösung (Tageslösungen) [mm]			
1	dx	- 16 (- 13 ... - 19)	- 12 (- 17 ... - 8)	- 20 (- 17 ... - 24)	- 26 (- 22 ... - 36)
	dy	- 4 (- 4 ... + 1)	- 5 (- 5 ... + 4)	- 4 (- 1 ... - 9)	- 2 (- 3 ... - 20)
	dh	-101 (- 99 ... -104)	-102 (- 93 ... -107)	-101 (-100 ... -107)	-100 (- 95 ... -119)
2	dx	- 11 (- 6 ... - 12)	- 8 (+ 0 ... - 12)	- 14 (- 8 ... - 14)	- 19 (- 8 ... - 25)
	dy	- 16 (- 10 ... - 15)	- 17 (- 8 ... - 17)	- 13 (- 5 ... - 18)	- 10 (- 27 ... + 3)
	dh	- 18 (- 5 ... - 19)	- 9 (- 1 ... - 7)	- 32 (- 11 ... - 38)	- 50 (- 18 ... - 62)
3	dx	- 4 (- 4 ... - 6)	- 3 (- 4 ... - 4)	- 4 (- 4 ... - 9)	- 5 (- 5 ... - 13)
	dy	0 (+ 1 ... + 5)	- 1 (- 2 ... + 2)	+ 0 (0 ... + 15)	+ 1 (- 1 ... + 28)
	dh	+ 4 (- 15 ... + 3)	- 3 (- 4 ... - 22)	+ 13 (- 5 ... + 14)	+ 26 (+ 9 ... + 28)
4	dx	+ 26 (+ 19 ... + 27)	+ 20 (+ 15 ... + 25)	+ 35 (+ 17 ... + 33)	+ 46 (+ 11 ... + 41)
	dy	- 10 (- 8 ... - 2)	- 9 (- 4 ... - 10)	- 11 (- 12 ... + 8)	+ 12 (- 2 ... + 20)
	dh	+119 (+ 99 ... +117)	+111 (+ 94 ... +114)	+130 (+106 ... +144)	+145 (+115 ... +179)
5	dx	- 14 (- 14 ... - 16)	- 10 (- 11 ... - 16)	- 18 (- 16 ... - 20)	- 24 (- 16 ... - 26)
	dy	+ 23 (+ 20 ... + 20)	+ 20 (+ 15 ... + 18)	+ 27 (+ 23 ... + 28)	+ 33 (+ 27 ... + 38)
	dh	- 54 (- 60 ... - 62)	- 46 (- 45 ... - 60)	- 66 (- 63 ... - 84)	- 81 (- 65 ... -114)
6	dx	- 11 (- 10 ... - 12	- 13 (- 13 ... - 37)	- 7 (- 12 ... + 31)	- 2 (- 11 ... + 84)
	dy	- 7 (- 4 ... - 4)	- 6 (- 2 ... - 4)	- 8 (- 4 ... - 6)	- 9 (- 4 ... - 8)
	dh	- 21 (- 31 ... - 41)	- 16 (- 25 ... - 27)	- 29 (- 36 ... - 65)	- 40 (- 44 ... - 96)
7	dx	- 6 (- 8 ... - 13)	- 8 (- 6 ... - 13)	- 4 (- 1 ... - 24)	- 0 (- 38 ... + 8)
	dy	+ 8 (+ 1 ... + 9)	+ 12 (+ 0 ... + 15)	+ 2 (+ 0 ... + 2)	- 6 (- 11 ... + 4)
	dh	- 27 (- 36 ... - 47	- 33 (- 47 ... - 48)	- 18 (- 18 ... - 46)	- 7 (- 46 ... + 4)
8	dx	+ 30 (+ 23 ... + 28)	+ 31 (+ 22 ... + 36)	+ 29 (+ 10 ... + 29)	+ 27 (- 9 ... + 30)
	dy	+ 6 (+ 1 ... + 9)	+ 7 (- 0 ... + 12)	+ 6 (- 12 ... + 8)	+ 5 (- 31 ... + 8)
	dh	+101 (+ 92 ... + 114)	+ 99 (+ 90 ... +109)	+104 (+ 96 ... +122)	+109 (+101 ... +132)
$s_0(x,y)$		14.5	13.5	16.2	19.3
$s_0(h)$		69.8	67.2	74.7	82.4

Tab. 2: Restklaffungen nach Helmert-Transformation im Gauss-Krüger (x, y)-System mit ellipsoidischen Höhen h
s_0: Standardabweichung aus Restklaffungen [mm] nach Lage und Höhe getrennt (nur Gesamtlösungen)

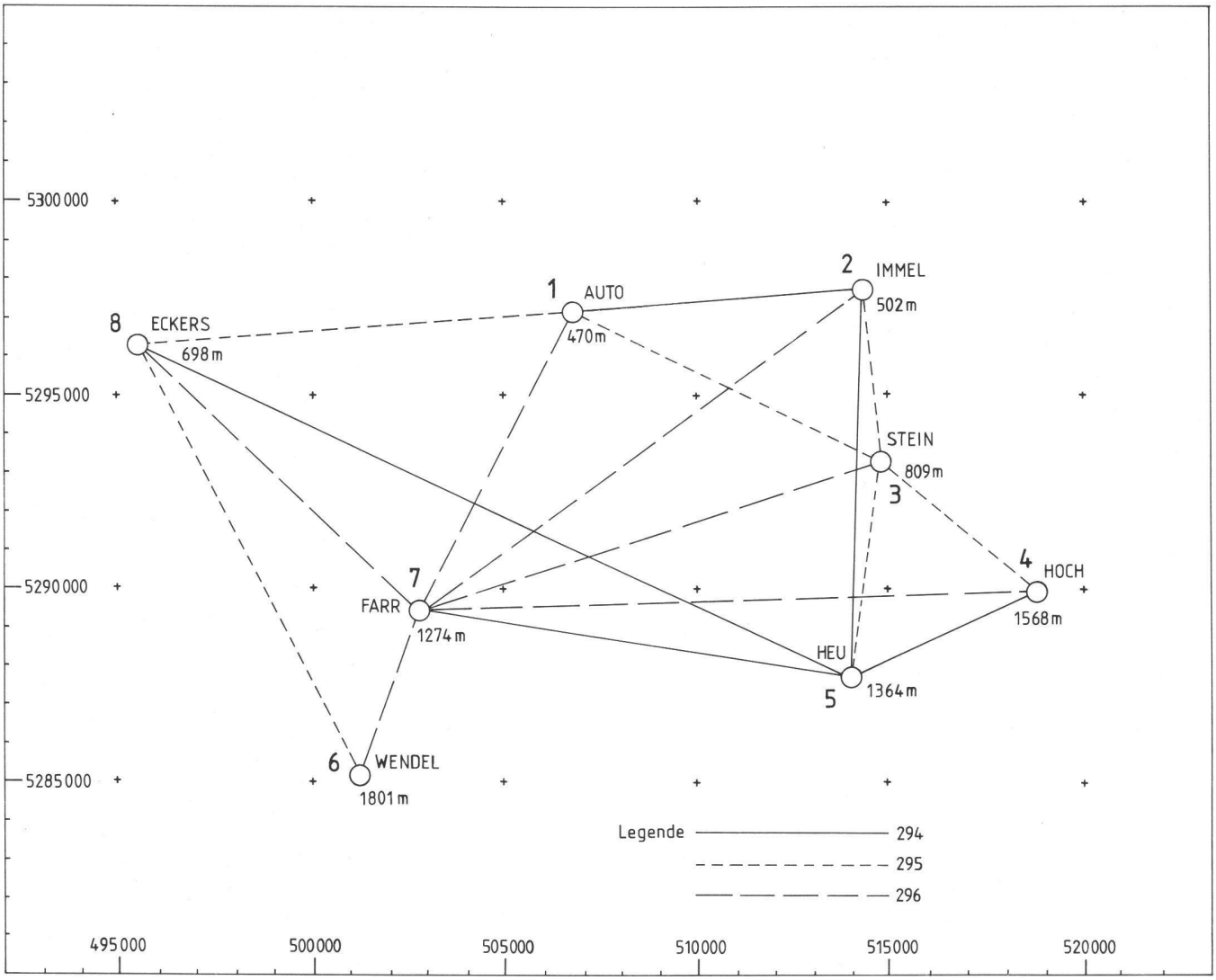

Abb.: TI 4100 Beobachtungen im Testnetz Inntal vom 21.–23. Oktober 1987 (Tage 294–296, 1986)

cycle-slips zu entfernen. Schliesslich werden mit Hilfe der Zeitinformationen für jede Epoche Satellitenkoodinaten berechnet. Die bereinigten Trägerphasen und Satellitenörter werden dem Mainprocessor übergeben.

Dieser berechnet neben ambiguities und Uhrparametern Stationskoordinaten für einzelne Basislinien oder ganze Netze in einer sequentiellen Ausgleichung, wobei speicherplatzsparende Algorithmen verwendet werden.

Die sequentielle Ausgleichung ermöglicht die Einbeziehung aller – auch über mehrere Sessionen andauernder – Beobachtungen in eine Gesamtausgleichung mit der speziellen Möglichkeit der Aufdatierung neu hinzukommender Messungen.

Schliesslich können auch die Verbesserungen der einzelnen Beobachtungsreihen numerisch oder graphisch dokumentiert werden.

Die hauptsächliche Funktion des Postprocessors ist die leicht verständliche Darstellung aller Ergebnisse.

Für eine ausführliche Beschreibung muss auf die Literatur verwiesen werden.

Berechnet wurden sowohl die Lösungen einzelner Tage (Tageslösungen 294, 295, 296) als auch Gesamtlösungen, die alle Beobachtungen umfassen. In Hinblick auf die angestrebten Analysemöglichkeiten wurden dabei die Beobachtungen nach folgenden Gesichtspunkten bearbeitet:

- Auswertung nur der Phasenbeobachtungen φ_1 der Trägerfrequenz f_1 (λ_1 = 0,190 m): Lösung L1
- Auswertung nur der Phasenbeobachtungen φ_2 der Trägerfrequenz f_2 (λ_2 = 0,244 m): Lösung L2
- Auswertung der Phasenbeobachtungen φ_3 der ionosphärenfreien Linearkombination von φ_1 und φ_2; vgl. z.B. King et al. (1987): Lösung L3
- Auswertung der Phasenbeobachtungen einer Linearkombination $\varphi_4 = \varphi_1 - \varphi_2$ (φ_4 = 0,862 m): Lösung L4. Die Lösung L4 hat aufgrund der grösseren Wellenlänge den Vorteil, auf Anhieb leicht zu fixierende ambiguities zu liefern und – zumindest für kleine Netze – der «optimalen» Lösung L3 nahezukommen [Remondi, 1987].

Die Ergebnisse der vier verschiedenen Lösungen werden hier nicht in Form von Netzkoordinaten wiedergegeben, da diese für einen schnellen Vergleich wenig aussagekräftig sind. Vielmehr sind in Tabelle 1 alle Raumstrecken zwischen den Netzpunkten aufgelistet und den terrestrisch ermittelten Strecken gegenübergestellt.

3. Modelle und mathematisch-statistische Hilfsmittel für den Vergleich der Ergebnisse

Die erste Möglichkeit einer Beurteilung bietet der unmittelbare Vergleich von Ausgleichungsergebnissen, die nicht von den äusseren Festlegungen des geodätischen Datums abhängen; das sind im vorliegenden Fall insbesondere Raumstrecken.

Eine zweite Aussage eines funktionalen Vergleichs kann mit Hilfe von Ähnlichkeitstransformationen aus datumsabhängigen Koordinaten gewonnen werden:

$$ {}_T\mathbf{x} - {}_S\mathbf{x} + d\mathbf{x} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{O} \qquad (1) $$

mit

- $d\mathbf{x}$ Koordinatendifferenz (Restklaffungen) nach der Transformation
- ${}_T\mathbf{x}$ schwerpunktbezogene terrestrische Koordinaten
- ${}_S\mathbf{x}$ schwerpunktbezogene Satellitenkoordinaten
- $\mathbf{G}$ Koeffizientenmatrix
- $\mathbf{p}$ Transformationsparameter (Massstab, Translationen, Rotationen).

Die Restklaffungen $d\mathbf{x}$ und eine daraus abgeleitete Standardabweichung sind ein Mass für die Passgenauigkeit der untersuchten Netze (Tab. 2), während die Transformationsparameter $\mathbf{p}$ (Tab. 3) Auskunft über die absolute Lagerung der Netze geben können.

Bei Untersuchungen wie der vorliegenden sind jedoch nicht nur Aussagen über funktionale Grössen und Vergleichselemente bedeutsam. Vielmehr sollte auch die Stochastik der «Prüflinge» untersucht werden. Dazu gehören neben den Genauigkeiten der ursprünglichen Beobachtungen auch realistische Aussagen über die Genauigkeiten abgeleiteter Grössen, z.B. durch Angabe von Fehlerellipsen der ausgeglichenen Punktkoordinaten. Alle Fehlermasse müssen, um aussagekäftig zu sein, untereinander vergleichbar sein. Am leichtesten ist das durch den Vergleich mit einem Komparator möglich. Im Falle des Testnetzes Inntal dient das Ergebnis der terrestrischen Messungen als der Standard, mit dem die einzelnen GPS-Lösungen verglichen werden sollen. Dieser Vergleich wird im Gauss-Helmert Modell einer verallgemeinerten, «selbstkalibrierenden» Helmert-Transformation möglich. Sie lautet [Welsch, 1987]

$$ {}_T\mathbf{x} + {}_T\mathbf{v}_X - ({}_S\mathbf{x} + {}_S\mathbf{v}_X) - \mathbf{G} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{O}, \mathbf{P}. \qquad (2a) $$

In diesem allgemeinen Modell ist es im Gegensatz zu (1) möglich, die Restklaffungen $d\mathbf{x}$ aufzuspalten in Verbesserungen ${}_T\mathbf{v}_X$ und ${}_S\mathbf{v}_X$, die den terrestrischen bzw. den Satellitenkoordinaten zugewiesen werden. Die Gewichtsmatrix $\mathbf{P}$ gewährleistet zudem eine den Genauigkeiten der beteiligten Koordinaten gemässe Gewichtung

$$ \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{C}_X = \begin{vmatrix} {}_T\sigma^2 \cdot {}_T\mathbf{Q}_X & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}_S\sigma^2 \cdot {}_S\mathbf{Q}_X \end{vmatrix} . \qquad (2b) $$

Falls die Varianzkomponenten ${}_T\sigma^2$ und ${}_S\sigma^2$ noch durch Techniken der Varianzkomponenten-Schätzung [VKS; Welsch, 1984] iterativ geschätzt werden, erhält man zum einen für die heterogenen «Beobachtungen» ${}_T\mathbf{x}$ und ${}_S\mathbf{x}$ die realistischen Beobachtungsgenauigkeiten und zum anderen für die unbekannten Parameter $\mathbf{p}$ sich schrittweise ändernde Werte, die im Sinne einer Selbstkalibrierung zu einem optimalen Transformationsergebnis führen. Nach Durchlaufen des Algorithmus liegen in funktionaler und stochastischer Hinsicht die besten erreichbaren Ergebnisse vor, die im folgenden Kapitel miteinander verglichen und beurteilt werden sollen.

4. Vergleich und Beurteilung der Ergebnisse

Betrachtet man zunächst die aus ausgeglichenen Koordinaten abgeleiteten Raumstrecken der Tabelle 1, so stellt man fest,

Parameter	L1	L2	L3	L4
	Gesamtlösung (Tageslösungen)			
ΔX (m)	- 638.502 (.490 ... .517)	.500 (.487 ... .510)	.505 (.493 ... .529)	.510 (.480 ... .544)
ΔY (m)	- 8.947 (.943 ... .956)	.945 (.942 ... .953)	.949 (.936 ... .961)	.952 (.924 ... .967)
ΔZ (m)	- 446.963 (.947 ... .976)	.966 (.948 ... .982)	.959 (.944 ... .970)	.953 (.917 ... .963)
ω_X (mgon)	- 1.5 (-1.9 ... -1.5)	- 1.4 (-1.4 ... -1.5)	- 1.5 (-1.5 ... -1.6)	- 1.6 (-1.5 ... -1.6)
ω_Y (mgon)	+ 0.6 (+0.6 ... +0.7)	+ 0.6 (+0.6 ... +0.8)	+ 0.6 (+0.6 ... +1.0)	+ 0.6 (+0.5 ... +1.3)
ω_Z (mgon)	+ 1.2 (+1.2 ... +1.3)	+ 1.2 (+1.2 ... +1.2)	+ 1.3 (+1.2 ... +1.4)	+ 1.3 (+1.2 ... +1.5)
m ($1 \cdot 10^{-6}$)	+ 0.82 (+0.11 ... +1.08)	+ 0.94 (-0.80 ... +1.19)	+ 0.60 (-0.96 ... +0.91)	+ 0.35 (-2.34 ... +0.69)

Tab. 3: Parameter der Helmerttransformation (die Massstabsfaktoren m sind nicht signifikant)

r.m.s. / Verfahren	L1			
	s_x	s_y	s_h	$m \cdot 10^{-6}$
1	0.2	0.4	0.7	1.02
2	2.1	4.0	6.0	0.26
r.m.s. / Verfahren	L2			
	s_x	s_y	s_h	$m \cdot 10^{-6}$
1	0.3	0.5	0.7	-0.05
2	3.7	7.1	10.8	-2.79
r.m.s. / Verfahren	L3			
	s_x	s_y	s_h	$m \cdot 10^{-6}$
1	0.5	0.9	1.4	1.97
2	7.7	14.6	22.0	-3.04
r.m.s. / Vefahren	L4			
	s_x	s_y	s_h	$m \cdot 10^{-6}$
1	0.9	1.7	2.6	3.59
2	14.2	27.0	40.8	-1.92

Tab. 4: Beobachtungsgenauigkeiten
1) r.m.s. – Standardabweichung (mm) aus DIPOP (bezüglich 3 Translationen frei)
2) r.m.s. – Standardabweichung (mm) im Vergleich zum terrestrischen Netz als Komparator nach VKS im Modell (2)
$m \cdot 10^{-6}$: Änderung des Massstabs in ppm zwischen terrestrischem und GPS-Netz beim Übergang von (1) nach (2) bei Verwendung vollbesetzter Gewichtsmatrizen

dass sie «sehr gut passen». Diese qualitative Aussage wird durch Nennung der Abweichungen (63 GPS-Strecken weichen um weniger als 1 cm von den terrestrischen Strecken ab, 23 zwischen 1 und 2 cm, 13 zwischen 2 und 3 cm, 6 zwischen 3 und 4 cm, 7 zwischen 4 und 5 cm) nur ungefähr quantifiziert. Die aus den Abweichungen berechneten Standardabweichungen liegen bei 1,7 bis 1,9 cm und deuten ebenfalls grosse Homogenität an. Weitere Aussagen sind durch einen reinen Streckenvergleich kaum möglich; lediglich ein Massstabsfaktor lässt sich noch ableiten, der sich jedoch in allen Fällen (vgl. Tab. 3) als nicht signifikant erweist.

Einen Schritt weiter gelangt man, wenn man durch Helmert-Transformationen nach (1) die einzelnen Lösungen auf eine Vergleichslösung, die terrestrische Lösung, bezieht. Die sich dabei ergebenden Restklaffungen können als relatives Gütemass für die Übereinstimmung der betrachteten Netze angesehen werden. In Tabelle 2 fallen sofort die grossen Diskrepanzen in den Höhenwerten auf, die der terrestrischen Höhenbestimmung anzulasten sind. Der mittlere Passfehler liegt hier je nach Lösung bei 7 bis 8 cm, während die Passgenauigkeit in der Lage mit 1,3 bis 1,9 cm in etwa mit dem aus den Raumstrecken abgeleiteten Mass (Tab. 1) übereinstimmt (die ungenaueren Höhen beeinträchtigen das Streckenmass nicht wesentlich). Die L1- und L2-Lösung ist etwas homogener als die L3- und die L4-Lösung.

Geht man von den relativen Massen der Übereinstimmung auf das absolute Kriterium der Lagerung eines Netzes über (Tab. 3), so kann man feststellen, dass alle Lösungen im Bereich einiger Millimeter und Zehntel Milligon das gleiche Ergebnis liefern. Das geodätisch besonders interessante Mass des Massstabsfaktors zeigt, dass zwischen den Lösungen, seien es Ein- oder Zweifrequenzlösungen, keine signifikanten Unterschiede bestehen. Auch die ionosphärenkorrigierte L3-Lösung hebt sich nicht ab: der aus GPS-Messungen und terrestrischen Beobachtungen abgeleitete Massstab ist signifikant der gleiche.

Die bisher angestellten Vergleiche liefern aus funktionalen Netzelementen abgeleitete Güte- und Beurteilungskriterien. Erst der Übergang von Modell (1) auf Modell (2) erlaubt weitere Betrachtungen, die auch die Stochastik der Auswerteergebnisse mit in Betracht ziehen.

Von grossem Interesse ist stets die a priori Genauigkeit der ursprünglichen Beobachtungen. Sie ist in Tabelle 4 dargestellt. Zunächst ist in der ersten Zeile einer jeden Lösung die Genauigkeit wiedergegeben, die vom Programm DIPOP den beobachteten bzw. im Mainprozessor aus den Phasenbeobachtungen abgeleiteten GPS-Koordinaten (Gesamtlösungen) zugewiesen wird. Diese Genauigkeiten, die bis auf die der L4-Lösung im Submillimeterbereich liegen, erscheinen überaus gut. Sie sind aber gänzlich unrealistisch, wohl weil die Korrelationen zwischen den ursprünglichen Phasenbeobachtungen vernachlässigt wurden, wie dies bei allen GPS-Auswerteprogrammen der Fall ist. Interessant ist auch der jeweilige Massstabsfaktor, der in Kontrast zu dem in Modell (1) erhaltenen deswegen auftritt, weil statt einer Einheitsmatrix die vollbesetzte Gewichtsmatrix des GPS-Auswerteprogrammes für die Helmert-Transformation im Gauss-Helmert-Modell (2) verwendet wird. Durch den Prozess der Varianzkomponenten-Schätzung wird die den GPS-Beobachtungen realistisch zuzuweisende a priori Beobachtungsgenauigkeit (Zeilen 2 der Tab. 4) aufgedeckt. Sie ist um einen Faktor 10 bis 15 weniger gut als ursprünglich ausgewiesen. Es ist, wie auch Tabelle 5 zeigt, leicht einsehbar, dass der unbesehen übernommene ursprüngliche Gewichtsansatz in einem hybriden Ausgleichungsmodell, in das terrestrsiche und satellitengestützte Beobachtungen einfliessen, zu ganz irreleitenden Ergebnissen führt. Die Massstabsfaktoren aller Lösungen nehmen im Verlauf der Selbstkalibrierung einheitlich ein negatives Vorzeichen an (der Massstab des terrestrischen Netzes ist grösser). Der Vergleich der Ergebnisse der verschiedenen Lösungen in Tabelle 4 zeigt deutlicher als die bisherigen Untersuchungen, dass die Lösung L4 offensichtlich gegenüber der L3-Lösung, und diese wiederum gegenüber den L1- und L2-Lösungen deutlich ungenauer ist.

Diese Tendenz ist auch aus Tabelle 5 ersichtlich. Hier werden zunächst die Genauigkeiten der Punktkoordinaten des terrestrisch bestimmten Netzes (Schrägstrecken, Horizontal- und Vertikalwinkel, Lotabweichungen) wiedergegeben (Verfahren 0.1); nach S-Transformation ergibt sich die von Datumseinflüssen freie, rela-

Terrestrisch			
Verfahren	A	B	s_h
0.1	4.9	3.2	36.4
0.2	4.5	2.9	21.3

GPS und kombiniert			
L1	A	B	s_h
1	0.4	0.2	0.7
2	3.3	1.6	4.9
3	2.7	1.6	3.7
4	6.0	3.3	73.7
5	3.1	2.1	26.4
6	2.4	1.7	4.3
L2	A	B	s_h
1	0.5	0.2	0.8
2	5.1	2.4	7.7
3	4.3	2.4	5.8
4	8.3	4.6	101.8
5	3.6	2.7	25.4
6	3.1	2.4	7.1

L3	A	B	s_h
1	0.9	0.4	1.4
2	10.3	4.9	15.4
3	8.7	4.9	11.6
4	9.2	5.4	106.0
5	4.2	3.2	27.7
6	3.9	2.8	11.4
L4	A	B	s_h
1	1.8	0.8	2.6
2	20.6	9.8	30.9
3	17.3	9.8	20.3
4	11.4	7.3	114.0
5	4.6	3.2	30.6
6	4.2	2.9	15.3

Tab. 5: Fehlerellipsen für die Lage und Standardabweichungen für die Höhe (r.m.s.-Werte in mm)
Verfahren 0.1 nach 3D-Ausgleichung
0.2 innere Fehlermasse
1 DIPOP-Auswertung (bezüglich 3 Translationen frei)
2 Gesamtlösung aus Tageslösungen («äussere» Genauigkeit)
3 innere Fehlermasse der Gesamtlösung
4 kombinierte Lösung vor VKS im Modell (2)
5 kombinierte Lösung nach VKS im Modell (2)
6 kombinierte innere Lösung im Modell (2)

tive Genauigkeit des Netzes (Verfahren 0.2), die für die Höhe deutlich schlechtere Werte als für die Lage ausweist.

Für die einzelnen Gesamtlösungen der GPS-Beobachtungen L1 bis L4 sind sodann angegeben: Die Genauigkeit der Punkte, wie sie von DIPOP angegeben werden (Verfahren 1; vgl. Tab. 4, Zeilen 1) und diejenige, die sich aus der Ausgleichung der Tageslösungen zu einer Gesamtlösung ergibt. Diese Gesamtlösung unterscheidet sich von der bisher erwähnten dadurch, dass sie durch Verwendung untereinander unabhängiger Tageslösungen Merkmale einer äusseren Genauigkeit aufweist, während die von DIPOP erzeugte Gesamtlösung durch Aufdatieren der Tagesbeobachtungen im Rahmen der sequentiellen Ausgleichung des Mainprozessors nur innere Genauigkeiten zeigt, die – wie schon in den Bemerkungen zu Tabelle 4 gesagt – bei weitem zu hoch angegeben sind. Nach S-Transformation ergibt sich wieder die von Datumsfestsetzungen freie GPS-Lösung (Verfahren 3). Die Ergebnisse der Zeilen 0.2 und 3 lassen sich als Relativgenauigkeiten des terrestrischen und des Satellitennetzes unmittelbar vergleichen: die Einfrequenzlösungen L1 und L2 sind deutlich «besser» als die terrestrischen Ergebnisse, besonders natürlich in der Höhe. Auch die L3-Lösung ist in der Lage noch etwas besser; während erst die L4-Ergebnisse der Lage mit den terrestrischen nahezu identisch sind [vgl. dazu die Makrometer V 1000 Ergebnisse bei Welsch und Oswald, 1987].

Die Verfahren 4, 5 und 6 stellen Ergebnisse einer kombinierten Netzausgleichung im hybriden Modell (2) dar. Verfahren 4 und 5 unterscheiden sich dadurch, dass bei Verfahren 5 die Varianzkomponenten der terrestrischen und satellitengeschützten Beobachtungen mit VKS geschätzt wurden. Der Effekt und damit die Bedeutung des Verfahrens der VKS sind unübersehbar. Verfahren 6 ist schliesslich das von allen Datumsbeeinflussungen freie Ergebnis. Das Resultat zeigt, dass die TI 4100-Beobachtungen, gleich mit welcher Frequenz oder Frequenzkombination die Berechnungen ausgeführt wur-

den, das terrestrische Netz verbesserten, besonders in der Höhe, bei den Einfrequenzlösungen auch deutlich in der Lage. Warum das so ist, im Hinblick auch darauf, dass keine aktuellen meteorologischen Daten, sondern nur troposphärische Standardmodelle verwendet wurden, muss weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

Dank

Der Autor fühlt sich Herrn Professor Conzett zu Dank verpflichtet, weil dieser ihn durch sein Interesse an der Varianzkomponenten-Schätzung angeregt hat, nach Anwendungen zu suchen, bei denen die Vorteile dieses Schätzverfahrens besonders deutlich zutagetreten. Nicht zuletzt dieser Suche ist die vorliegende Arbeit zu verdanken. Dank sei ferner Herrn Dr. A. Kleusberg und Herrn Prof. Dr. D. Wells der University of New Brunswick gesagt, die das Programm DIPOP und ihren reichen Erfahrungsschatz bei der Auswertung der Beobachtungen zur Verfügung stellten, sowie Herrn Dipl.-Ing. W. Oswald, der die Berechnungen in den Vergleichsmodellen durchführte.

Literatur:

King, R.W., Masters, E.G., Rizos, C., Stolz, A., Collins, J.: Surveying with Global Positioning System – GPS. Dümmler, Bonn 1987.

Remondi, B.W., Persönliche Mitteilung. National Geodetic Survey, Rockville 1987.

Santerre, R., Craymer, M.R., Kleusberg, A., Langley, R.B., Parrot, D., Quek, S.H., Vanicek, P., Wells, D.E., Wilkins, F.: Precise Relative GPS Positioning with DIPOP 2.0, paper presented to IAG Section II Scientific Meetings: «Advanced Space Technology», IUGG XIX General Assembly, Vancouver, Canada, Aug. 14, 1987.

Welsch, W.: Accuracy Problems when Combining Terrestrial and Satellite Observations, in: Turner, St. (ed.): Applied Geodesy. Springer, Berlin... Tokyo 1987, p. 47–65.

Welsch, W.: Grundlagen, Gebrauchsformeln und Anwendungsbeispiele der Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 2/84, S. 296–301.

Welsch, W., Oswald, W.: Genauigkeitsuntersuchungen bei der hybriden Ausgleichung terrestrischer und satellitengestützter Netzbeobachtungen. Zeitschrift für Vermessungswesen 1/87, S. 30–41.

Adresse des Verfassers:
Univ. Prof. Dr.-Ing. W. Welsch
Institut für Geodäsie,
Universität der Bundeswehr München
D-8014 Neubiberg

Netzweise Punkteinschaltung mit funktional modelliertem Zwang

H. Wolf

Bei vielen Punkteinschaltungen treten in den Koordinaten der Festpunkte neben Zufallsfehlern auch noch funktional variierende Deformationsanteile mehr oder weniger deutlich auf, deren Parameter zusammen mit der Punktausgleichung zu schätzen sind. Es wird gezeigt, wie dabei mittels Minimierung die zweckmässigste Deformationsfunktion aufgefunden werden kann. Ein Beispiel erläutert die einzelnen Rechenschritte.

Pour nombre de rattachements de points dans un système existant, les coordonnées des points fixes sont influencées non seulement par des erreurs aléatoires, mais aussi, et de manière plus ou moins importante, par des déformations dont les paramètres sont à évaluer simultanément à la compensation. On montre comment, à l'aide des moindres carrés, la fonction de déformation la mieux adaptée peut être trouvée. Un exemple explique les différentes étapes du calcul.

Wie man weiss, zeigen sich in geodätischen Netzen nicht selten auffallende Deformationen und Störungen, die einen ausgesprochen funktionalen, also nichtstochastischen Charakter aufweisen. Im deutschen Triangulationsnetz beispielsweise sind dies weniger das bekannte ostwestliche Massstabsgefälle im Nordteil des Netzes oder die deutliche Verdrehung des Südteils gegen den Nordteil, als vielmehr gewisse stärkere Störungen in mehr lokalen Bereichen, vor allem längs von «Nähten». Die Ursachen hierfür liegen in der speziellen Entstehungsweise des Netzes, in unvorteilhaften Konfigurationen, zusammen mit ungeeigneten Berechnungs- und Ausgleichungsvorgängen.

Bei Netzverdichtungen und Punkteinschaltungen in solch einem Netz wurde seither auf diese funktional zu beschreibenden Störungen wenig Rücksicht genommen: Es wurden die Fehler der übergeordneten Festpunkte entweder völlig ignoriert, oder wenn sie in Rechnung gestellt wurden, so wurde ihnen ein rein stochastisches, also zufallsbedingtes Verhalten zugeschrieben und die Beigabe von entsprechenden Kovarianzmatrizen als ausreichend angesehen.

In Wirklichkeit aber überlagern sich funktional-variierende Netzdeformationen mit stochastisch streuenden Festpunktsfehlern. Das hat notwendigerweise zur Folge, dass bei einer Einschaltung ausser den Residuen v_F (für die Festpunkte), die statistisch vielfach als «Zufallsparameter» mit dem Erwartungswert

$$E\{\mathbf{v}_F\} = \mathbf{0}$$

interpretiert werden, auch noch «feste» Parameter $\mathbf{y}$ zu bestimmen sind, welche die Deformationsfunktionen deterministisch approximieren.

1. Das Modell

Wird die Punkteinschaltung nach vermittelnden Beobachtungen, d.h. nach dem Gauss-Markov-Modell vorgenommen, so gelte für den Erwartungsvektor der n Beobachtungen l:

$$E\{\mathbf{l}\} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}}, \text{ mit } D(\mathbf{l}) = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1} \text{ und } \det \mathbf{P} \neq 0, \quad (1)$$

worin $\bar{\mathbf{x}}$ der Koordinatenvektor in einem deformationsfreien Koordinatensystem, $\mathbf{A}$