Mesure de précision des réseaux rhomboédriques: NaNO3

Autor(en): **Weigle, J.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **7 (1934)**

Heft I

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-110355

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Mesures de précision des réseaux rhomboédriques: $NaNO_3$

par **J. Weigle.**

(7. XI. 33.)

Résumé. Une méthode d'extrapolation des résultats expérimentaux permet d'obtenir, au moyen des rayons X, des valeurs précises pour les constantes caractérisant les réseaux non-cubiques. Cette méthode appliquée au $NaNO_3$ donne, pour les longueurs des arêtes du rhomboédre élémentaire, $6{,}3108 \cdot 10^{-8}$ cm. et $47^0\ 15'\ 59''$ pour les angles qu'elles forment entre elles.

Différentes méthodes ont été données pour mesurer avec précision par la méthode de DEBYE-SCHERRER la constante des réseaux cristallins cubiques. Par contre les réseaux qui sont caractérisés par plus d'une constante n'ont pas jusqu'ici été l'objet de telles investigations. Nous donnons ci-dessous quelques considérations sur les réseaux rhomboédriques que nous appliquons à la détermination précise des constantes du réseau du $NaNO_3$. La méthode d'interpolation (et d'extrapolation) à laquelle nous arrivons peut du reste servir pour tous les réseaux non cubiques. Nous avons choisi le réseau rhomboédrique parce qu'il est le plus compliqué (au point de vue de la méthode) des réseaux à deux constantes.

La maille élémentaire du réseau rhomboédrique est constituée par un rhomboèdre caractérisé par la longueur a de ses arêtes et par les trois angles égaux α que forment entre elles ces arêtes à un sommet aigu. Si l'on dénote par $h_1\ h_2\ h_3$ les indices de MILLER d'un plan réticulaire, la distance d séparant deux de ces plans immédiatement voisins est donnée par:

$$d^2 = a^2 \frac{1 - 3\cos^2\alpha + 2\cos^3\alpha}{(1-\cos^2\alpha)\,\Sigma\, h_i^2 - 2\,(\cos\alpha - \cos^2\alpha)\,\Sigma\, h_i\, h_j}\,. \qquad (1)$$

D'autre part, si Θ est l'angle suivant lequel les rayons X de longueur d'onde λ sont réfléchis, on a:

$$2\,d\,\sin\,\Theta = \lambda\,. \qquad (2)$$

Pour déterminer a et α par (1) et (2), il faut donc au minimum deux réflexions Θ_1 et Θ_2 sur deux plans réticulaires différents caractérisés par d_1 et d_2. Ces deux réflexions peuvent être dues à

des rayons X de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 quoiqu'en général on se serve de rayons X monochromatiques. En posant

$$\Sigma h_i^2 = p \qquad \Sigma h_i h_j = q \qquad \text{et} \qquad \cos\alpha = b$$

on trouve facilement que

$$b = \frac{P}{2Q - P} \tag{3}$$

avec

$$P = p_2 - p_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = p_2 - p_1 \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} \frac{\sin^2\Theta_2}{\sin^2\Theta_1}$$

et

$$Q = q_2 - q_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = q_2 - q_1 \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} \frac{\sin^2\Theta_2}{\sin^2\Theta_1}.$$

Expérimentalement, on obtient les d par l'équation (2) en mesurant l'angle Θ pour des rayons X de longueur d'onde λ connue. Les valeurs qu'on obtient sont entachées d'erreurs pour différentes raisons dans le détail desquelles nous n'entrerons pas.[1])

On peut montrer que si Δd est l'erreur commise sur d, on a très approximativement

$$\frac{\Delta d}{d} = A \cos^2\Theta \tag{4}$$

$$A = \text{constante}$$

lorsque l'angle Θd (qui sert à mesurer d) est compris entre 70 et 90°. Si maintenant on calcule l'erreur produite par (4) dans la détermination de b, on trouve

$$\Delta b = 4 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \frac{P q_1 - Q p_1}{(2Q - P)^2} \left(\frac{\Delta d_1}{d_1} - \frac{\Delta d_2}{d_2}\right)$$

ou, en introduisant les angles Θ,

$$\Delta b = 4 A \frac{\lambda_1^2 \sin^2\Theta_2}{\lambda_2^2 \sin^2\Theta_1} \frac{P q_1 - Q p_1}{(2Q - P)^2} (\sin^2\Theta_2 - \sin^2\Theta_1). \tag{5}$$

On voit donc que l'erreur Δb sera connue à un facteur A près. Si donc on porte en ordonnées les valeurs de b obtenues par (3) en combinant différentes réflexions des rayons X sur différents plans, et en abcisses le facteur

$$\frac{\lambda_1^2 \sin^2\Theta_2}{\lambda_2^2 \sin^2\Theta_1} \frac{P q_1 - Q p_1}{(2Q - P)^2} (\sin^2\Theta_2 - \sin^2\Theta_1) \tag{6}$$

---

[1]) H. Saïni, Helv. Phys. Acta **6**, 597, 1933.

on devra obtenir une ligne droite. La valeur de b correspondant à la valeur 0 de ce facteur ($\Delta\, b = 0$) nous donnera alors la vraie valeur de b. Comme le facteur (6) peut prendre, suivant les valeurs de P, Q, p_1 et q_1 des valeurs positives ou négatives, ce procédé pour trouver la valeur exacte de b est en général une interpolation.

Ayant trouvé b on peut alors par (1) calculer la constante a du réseau rhomboédrique. Sur celle-ci, l'erreur $\Delta\, a$ est donnée par

$$\frac{\Delta\, a}{a} = \frac{\Delta\, d}{d} + \left[\frac{2\,bq - q - bp}{(1-b^2)\,p - 2\,(b-b^2)\,q} + \frac{3\,b - 3\,b^2}{1 - 3\,b^2 + 2\,b^3}\right] \Delta\, b$$

où $\Delta\, b$ est cette fois l'erreur de la valeur interpolée. Cette erreur étant dans nos expériences de $\frac{1}{65.000}$ environ et le terme qui multiplie $\Delta\, b$ étant de l'ordre de grandeur de l'unité, on voit que ce terme peut être négligé et qu'on peut écrire

$$\frac{\Delta\, a}{a} = \frac{\Delta\, d}{d} = A \cos^2 \Theta .$$

Pour obtenir la vraie valeur de a, il suffira donc de tracer les valeurs de a données par les différents plans réticulaires en fonction de $\cos^2 \Theta$ et de prendre enfin la valeur extrapolée pour $\cos^2 \Theta = 0$.

Constantes du réseau du $NaNO_3$.

Différents auteurs[1]) ont montré que les cristaux de $NaNO_3$ étaient semblables à ceux de calcite dans lesquels le Ca serait remplacé par Na et les groupes CO_3 par NO_3. Wyckoff donne les valeurs suivantes des paramètres:

$$\alpha = 47^0\, 14' \qquad \text{et} \qquad a = 6{,}32 \cdot 10^{-8}\ \text{cm}.$$

En envoyant sur une poudre de $NaNO_3$ cristalline des rayons X (K_{α_1} et K_{α_2}) du cuivre, nous avons obtenu des réflexions entre $\Theta = 70^0$ et 90^0 sur les plans donnés dans la table I.

Table I.

	λ	plans	Θ	$a \cdot 10^{-8}$ (cm.)
1′	α_2	651	77° 30′ 43″	6.31041
1	α_1		76° 52′ 45″	6.31054
2	α_2	736	76° 3′ 52″	6.31032
2′	α_1		75° 29′ 40″	6.31051
3	α_1	611	71° 55′ 45″	6.31031

[1]) W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. **89**, 468, 1914. R. W. G. Wyckoff, Phys. Rev., **16**, 149, 1920.

Pour calculer b, c'est-à-dire le cosinus de l'angle α, nous nous sommes servis de différentes combinaisons qui sont données ainsi que les résultats dans la table II.

Table II.

	1→2	1→2′	1→3	1′→2	1′→2′	1′→3	2→3	2′→3
b	0.67859	0.67853	0.67871	0.67863	0.67858	0.67864	0.67863	0.67860
(6)	+5.5	+3.2	−34.5	+7.8	+5.5	−36.7	−10	−11.4

Dans la dernière rangée de cette table, on trouve les valeurs du facteur (6) en unités arbitraires.

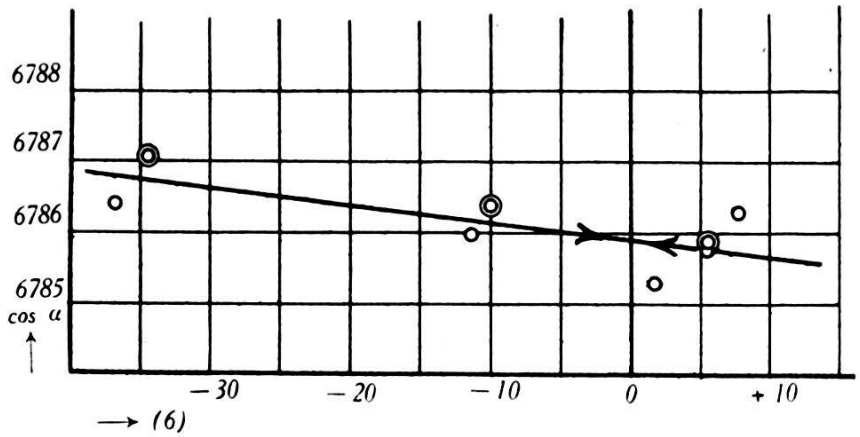

Fig. 1.

La figure 1 représente l'interpolation nécessaire pour trouver b. On remarquera que les points expérimentaux définissent une droite qui coupe l'axe des y pour

$$b = \cos\alpha = 0.67859 \quad \text{ou} \quad \alpha = 47^0\ 15'\ 59''.$$

Les réflexions dues à la ligne α_2 sont d'une faible intensité et par conséquent difficiles à mesurer. Si l'on avait pris pour les calculs uniquement les réflexions dues à α_1, les trois points donnés par 1 ⟶ 2, 1 ⟶ 3 et 2 ⟶ 3 marqués par un double cercle dans la figure se seraient placés exactement sur une droite qui du reste aurait donné la même interpolation que ci-dessus. D'autres auteurs[1]) du reste se sont aperçus que les lignes α_2 leur donnaient des résultats régulièrement discordants lors de mesures de précision des constantes de réseaux. L'interpolation de b nous donne sa valeur avec une précision de 1 pour 65.000 environ, ce qui correspond à une erreur d'environ 3 secondes d'arc sur α. Nous verrons dans

[1]) Bradley et Jay. Proc. Phys. Soc. Lond. **44**, 563, 1932.

un travail suivant que cette précision est nécessaire pour mesurer la dilatation thermique des cristaux au moyen des rayons X.

On voit sur la figure 2 l'extrapolation donnant la constante a. Là de nouveau les valeurs obtenues par les lignes α_2 sont régulière-

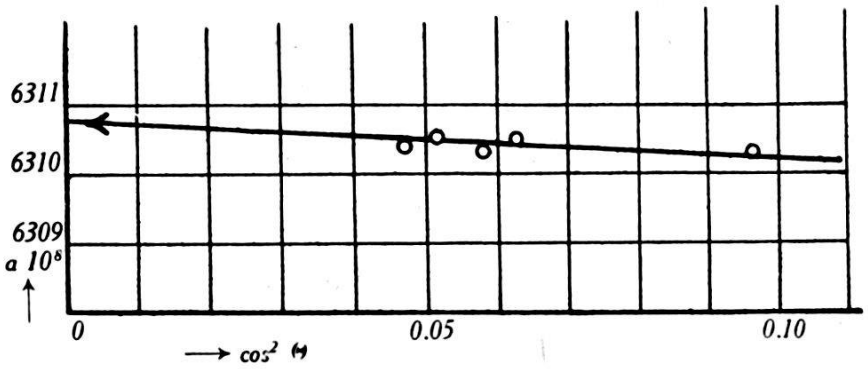

Fig. 2.

ment plus petites que celles dues à α_1. La valeur de a extrapolée est

$$a = 6.3108 \cdot 10^{-8} \text{ cm (à } 18^0 \text{ C)}.$$

Cette valeur, juste à 1 pour 65.000 environ, n'est pas très différente de celle donnée par WYCKOFF[1]).

On voit donc qu'avec des méthodes expérimentales simples on peut obtenir avec une grande précision les constantes des réseaux cristallins non cubiques.

Je désire remercier ici MM. A. MERCIER et H. SAINI, qui ont pris les photographies aux rayons X et qui les ont mesurées.

Laboratoire REIGER.
Institut de Physique, Université de Genève.

Note ajoutée à la correction: nous nous sommes aperçus pendant que cet article était à l'impression que notre méthode était semblable en principe à celle donnée précédemment par STENZEL et WEERTS (Zeit. für Krist. 84, 20, 1933). Nous pensons toutefois que la résolution graphique que nous avons choisie est moins laborieuse que la solution algébrique employée par les auteurs ci-dessus mentionnés.

---

[1]) WYCKOFF, loc. cit.