Die gerade Empfangsantenne : Ableitung einer Näherungsformel für den Antennenstrom

Autor(en): **Müller-Strobel, Josef / Patry, Jean**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **17 (1944)**

Heft II

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-111497

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Die gerade Empfangsantenne

Ableitung einer Näherungsformel für den Antennenstrom

von **Josef Müller-Strobel** und **Jean Patry**, Zürich.

(11. I. 1944.)

Zusammenfassung. Auf Grund der Maxwell'schen Theorie entwickelte HALLÉN eine Theorie der Sende- und Empfangsantenne. Eine für die Praxis brauchbare Schlussformel leitete er nicht ab. Deshalb bestand ein dringendes Bedürfnis, eine Lösung in Form einer Schlussformel zu suchen. In der vorliegenden Arbeit wird sie für Antennen, deren Abmessungen klein gegenüber der Wellenlänge sind, mitgeteilt.

1. Einleitung.

Auf Grund der Maxwell'schen Theorie entwickelte HALLÉN[1]) eine Theorie der Sende- und Empfangsantenne. Eine brauchbare Schlussformel wurde nicht abgeleitet. MAGNUS und OBERHETTINGER[2]) zeigten, dass die Hallén'sche Theorie bei einer zweckmässigen Entwicklung praktisch brauchbarere Ergebnisse liefert als die Anwendung der Leitungstheorie nach F. L. COLLEBROCK[3]), J. GROSSKOPF[4]), K. NIESSEN[5]) und G. DE VRIES[5]). Die Arbeit von MAGNUS und OBERHETTINGER weist einige störende Unstimmigkeiten auf. Zudem ist das erhaltene Schlussergebnis noch recht kompliziert.

Der Sinn der vorliegenden Untersuchung ist, eine praktisch brauchbare Schlussformel abzuleiten. Die Schlussformel ist für den Fall gültig, in welchem die Höhe der Antenne genügend klein gegenüber der Wellenlänge der einfallenden Strahlung ist.

Die Symbole sind der Arbeit nach[2]) entnommen. Zwischenrechnungen sind wegen räumlichen Einschränkungen weggelassen.

2. Die Hallén'sche Theorie.

Als Empfangsantenne dient ein gerader, metallischer Kreiszylinder (Fig. 1) der Länge $2 \cdot l$ und einem Querschnittsradius ϱ. In der Mitte ist sie unterbrochen und über einen Empfangskreis $\mathfrak{R}_e$ abgeschlossen. x ist die Koordinate der Zylinderachse. Antennenmitte ist $x = 0$, also $\leqslant l - x \leqslant + l$. λ ist die Wellenlänge der einfallenden Strahlung. Das Antennenmaterial soll eine unendliche Leitfähigkeit besitzen, was erlaubt, alle Ströme als Oberflächen-

ströme anzunehmen. Deshalb wird die durch die Ströme der Antenne erzeugte Feldstärke $\mathfrak{E}_i(x)$ zusammen mit der Tangentialkomponente des von aussen einfallenden Feldes $\mathfrak{E}a_t(x)$

$$\mathfrak{E}a_t(x) + \mathfrak{E}_i(x) = 0 \tag{1}$$

Nimmt man mit HALLÉN an: Der Strom verschwinde im Zylinderdeckel der Antenne und alle Glieder von der Grössenordnung ϱ/l, ϱ/λ können gegen 1 vernachlässigt werden, wird die x-Komponente des Hertz'schen Vektors

$$\Phi_1 = \frac{1}{c}\int_{-l}^{+l} \frac{I(\xi)\cdot e^{-j\varkappa r}}{r}\, d\xi \tag{2}$$

mit

$$\varkappa = 2\pi/\lambda; \qquad r = \sqrt{(x-\xi)^2+\varrho^2} \tag{3), (4}$$

Durch die Abspaltung der Integrale lässt sich Gl. 2 umformen:

$$\mathfrak{J}(x) = \frac{c\,\Phi_1}{\Omega} - \frac{I(x)\,h(x)}{\Omega} - \frac{1}{\Omega}\int_{-l}^{+l} \frac{I(\xi)\,e^{-j\varkappa|x-\xi|} - I(x)}{|x-\xi|}\, d\xi \tag{5}$$

Es wird definiert:

$$\Omega = 2\ln\frac{2\,l}{\varrho} \tag{6}$$

$$h(x,l) = \ln\frac{(l+x+\sqrt{(l+x)^2+\varrho^2})\,(l-x+\sqrt{(l-x)^2+\varrho^2})}{4\,l^2} \tag{7}$$

Im Integral Gl. 5 ist r durch $|x-\xi|$ ersetzt, was wegen der vorgenommenen Vernachlässigung (Bem. nach Gl. 1) erlaubt ist. $\mathfrak{E}_i(x)$ ist dann wegen Gl. 1 durch $\mathfrak{E}\,a_t(x) = E(x)$ bestimmt. Ist $\varepsilon = 1$, wird:

$$\mathfrak{E}_i(x) = -E(x) = -\frac{j}{\varkappa}\left(\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2} + \varkappa\Phi_1\right) \tag{8}$$

Hieraus folgt:

$$\Phi_2 = \frac{c}{\Omega}\,\Phi_1 = a\sin(\varkappa\,|x|) + b\cos(\varkappa\,|x|) + f(|x|) \tag{9}$$

mit

$$f(|x|) = -j\frac{c}{\Omega}\int_0^{|x|} E(\xi)\sin[\varkappa\,(x-\xi)]\,d\xi \tag{10}$$

Diese Gleichungen erlauben den Strom näherungsweise zu berech-

nen. Wir beschränken uns auf die zweite Näherung, vernachlässigen somit alle Glieder mit höheren Potenzen als $1/\Omega$ und erhalten für Gl. (5)

$$\mathfrak{J}_2(x) = \Phi_2(x) - \frac{\mathfrak{J}_2(x)\,h(x)}{\Omega} - \frac{1}{\Omega}\int_{-l}^{+l} \frac{\Phi_2(\xi)\cdot e^{-j\varkappa|x-\xi|} - \Phi_2(x)}{|x-\xi|}\,d\xi \tag{11}$$

3. Grenzbedingungen und allgemeine Schlussformel.

Der Antennenstrom ist durch die Gl. (9), (10), (11) bestimmt. Der Verlauf der Tangential-Feldstärke stellt man durch eine Potenzreihe dar:

$$E(x) = \sum^{n} E_n \cdot (\varkappa x)^n = \sum_n E_n \cdot X^n \tag{12}$$

Die Integration der Gl. 11 ist dann mittels der Gl. 13 durchführbar:

$$M(x) = \int_0^x (\cos\xi \cdot e^{-j\xi} - 1)\,\frac{d\xi}{\xi} =$$

$$-\tfrac{1}{2}\left(\ln(2\gamma x) - Ci(2x) + jSi(2x)\right) \tag{13}$$

$$\gamma = 0{,}5772$$

Das Problem wäre gelöst, wenn $\mathfrak{J}_2$ nicht von den beiden Grössen a, b abhängen würde. Diese beiden Grössen lassen sich aber durch 2 Grenzbedingungen bestimmen, nämlich:

$$\mathfrak{J}(l) = 0 \tag{14}$$

$$\mathfrak{J}(0) = \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{R}_e} = -\frac{2j}{\varkappa\,\mathfrak{R}_e}\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}\right)_{x=0} = -\frac{2j\Omega}{c\cdot\mathfrak{R}_e}\cdot a \tag{15}$$

Berücksichtigt man nur die ersten 3 Glieder der Entwicklung von Gl. (13), so erhält man nach langen Zwischenrechnungen eine erste Schlussformel für den Empfängerstrom und $\cos L \neq 0$ bzw. $l \neq \lambda/4\,(2n+1)$

$$\mathfrak{J}(0) = j\,\frac{c}{\varkappa\,\Omega}$$

$$\cdot\,\frac{E_0\left[\frac{1-\cos L}{\cos L} + \frac{G_0(L)}{\Omega}\right] + E_1\left[\frac{L-\sin L}{\cos L} + \frac{G_1(L)}{\Omega}\right] + E_2\left[\frac{L^4}{12} + \frac{G_2(L)}{\Omega}\right]}{1 + j\,\frac{c\,\mathfrak{R}e}{2\,\Omega}\cdot \operatorname{tg} L - j\,\frac{c\cdot\mathfrak{R}e}{2\,\Omega^2}\cdot Q(L)} \tag{16}$$

mit dem Parameter

$$L = \varkappa \cdot l \tag{17}$$

und den Funktionen

$$Q(L) = \operatorname{tg} L\,[4\,M(L) - 2\,M(2L) - j\cdot\operatorname{tg} L\cdot M(2L) - 2\ln 2]$$
$$+ jM(2L) + 4\,jM(L) \tag{18}$$

$$G_0(L)=4\,M\left(\frac{L}{2}\right)-4\,M(L)\cdot\frac{1}{\cos L}+\frac{M(2\,L)}{\cos L}+j\cdot\operatorname{tg}L\cdot\frac{M(2\,L)}{\cos L} \tag{19}$$

$$G_1(L)=Q(L)+2\cdot\operatorname{tg}L-\frac{4\,M(L/2)\cdot L}{\cos L}+\frac{L\cdot M(2\,L)}{\cos L}$$
$$+\,j\,\frac{L\cdot\operatorname{tg}L\cdot M(2\,L)}{\cos L}+2\,L\,\frac{\ln 2}{\cos L} \tag{20}$$

Der Einfluss des Gliedes $E_2\cdot X^2$ in Gl. (13) musste nur in einer ersten Näherung bei den gestellten Voraussetzungen berechnet werden.

4. Näherungsformeln.

Macht man die Annahme, dass L sehr klein bleibt, lassen sich die Funktionen $Q(L)$, $G_0(L)$, $G_1(L)$ in Potenzreihen entwickeln. Aus Gl. (13) folgt:

$$M(L)=-{}^1/_2\left(\ln(2\gamma L)-Ci(2L)+j\,Si\,2L\right)\simeq$$
$$-jL-\frac{L^2}{2}+j\,\frac{2\,L^3}{9}+\frac{L^4}{12} \tag{21}$$

Weiter gelten die Formeln:

$$\frac{1}{\cos L}\simeq 1+\frac{L^2}{2}+\frac{5}{24}\,L^4+\ldots. \tag{22}$$

$$\operatorname{tg}L\simeq L+{}^1/_3\,L^3+\ldots. \tag{23}$$

Berücksichtigt man nur die 4 ersten Glieder in (21) bis (24), so werden

$$Q(L)=-2\ln 2\cdot\operatorname{tg}L-2\,L-\frac{8}{9}\,L^3+j\,\frac{L^4}{3} \tag{24}$$

$$G_0(L)=\frac{3}{2}\,L^2+\frac{131}{144}\,L^4 \tag{25}$$

$$G_1(L)=2\cdot\ln 2\cdot\frac{L^3}{6}+\frac{5}{18}\,L^3=0{,}5088\cdot L^3 \tag{26}$$

Im Bereiche

$$L\leqslant 0{,}3 \tag{27}$$

sind die erhaltenen Ergebnisse mit grosser Genauigkeit gültig. Für noch kleinere Werte von L kann man sich bei der Auswertung obiger Funktionen (Gl. 24—26) auf das erste Glied beschränken. Unter dieser Voraussetzung hat die Schlussgleichung die Form,

$$\mathfrak{J}(0)=j\,\frac{c}{\varkappa}\cdot\frac{{}^1/_2\,E_0\cdot L^2(\Omega+3{,}0)+{}^1/_6\cdot E_1\cdot L^3(\Omega+3{,}053)+{}^1/_{12}\,E_2\cdot L^4(\Omega+3{,}1667)}{\Omega^2+j\,\Re e\cdot c/2\,(\Omega+3{,}386)\cdot L} \tag{28}$$

Ist δ die relative Fehlergrenze, lässt sich der Gültigkeitsbereich praktisch folgendermassen definieren:

$$L^2 \leqslant \delta \tag{29}$$

Für einen zulässigen Fehler von 5% ist dieser Bereich:

$$L \leqslant 0{,}22; \qquad l \leqslant 0{,}035 \cdot \lambda \tag{30}$$

Diese Bedingungen 28 sind im Lang- und Mittelwellengebiet praktisch immer erfüllt, im Kurzwellengebiet bei Empfängern mit kleinen Stabantennen.

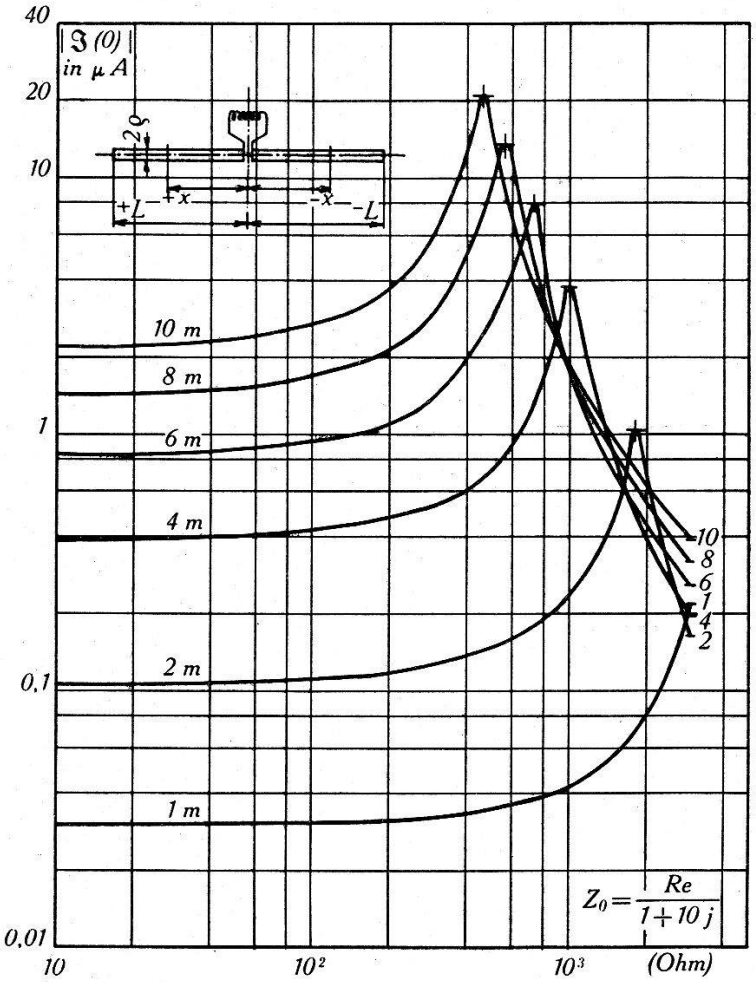

Fig. 1.

5. Numerische Ergebnisse und Schlussfolgerung.

Fig. 1 stellt den Absolutwert des Empfängerstromes in Abhängigkeit von der Empfängerimpedanz und Antennenlänge dar. Die numerischen Daten sind:

$$\lambda = 314{,}15 \text{ m}; \quad \varrho = 0{,}002 \text{ m}; \quad \mathfrak{R}_e = Z_0(1 + j\,10).$$

Die Feldstärke längs der Antenne ist konstant und gleich $1 \frac{\text{mm}}{\text{V}}$.

Eine starke Resonanz des Systems ist erkennbar, die durch die kapazitive Wirkung der Antenne hervorgerufen wird. Im Ersatzschema ist die gerade Empfangsantenne bei den vorliegenden Voraussetzungen durch eine in Serie mit dem Empfangskreis geschaltete Kapazität zu ersetzen. Die Ersatzkapazität der Antenne lässt sich aus Gl. (16) und (26) berechnen. Sie wird nach Gl. (16):

$$C_a = \frac{1}{2\,\Omega^2 \varkappa}\left(\Omega \cdot \operatorname{tg} L - Q(L)\right) = \frac{l}{2\,\Omega^2}\left[\frac{\Omega \operatorname{tg} L - Q(L)}{L}\right] \tag{31}$$

und nach Gl. (26):

$$C_a = \frac{l(\Omega + 3{,}3863)}{2\,\Omega^2} \tag{32}$$

6. Bemerkung.

Die Hallén'sche Theorie gibt uns die Möglichkeit, das Problem der geraden Empfangsantenne auch ohne die erwähnten einschränkenden Bedingungen zu beherrschen. Diese Entwicklungen sind Gegenstand weiterer Untersuchungen.

Ein ausführlicher Bericht über die vorliegende Untersuchung mit den nötigen Zwischenrechnungen wird anderswo erscheinen.

Albiswerk A. G., Zürich.

Literatur.

1) Hallén, E.: Nova Acta Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis **11**, (1938), Fasc. 4, S. 1—44.

2) Magnus und Oberhettinger: Zur Theorie der geraden Empfangsantenne; Hochfrequenz und Elektroakustik **57** (1941), S. 97.

3) F. M. Collebrock: Wireless Eng. **4** (1927), S. 657 und Inst. Electr. Eng. **71** (1932), S. 235.

4) J. Grosskopf: TFT **27**, (1938), S. 129.

5) K. F. Niessen und G. de Vriess: Physica **6** (1939), S. 601.

6) Bouwkamp: Physica **9** (1942), S. 609.