Einfluss der Startphase der Teilchen bei Beschleunigern

Autor(en): **Dällenbach, Walter**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **20 (1947)**

Heft III

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-111804

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Einfluss der Startphase der Teilchen bei Beschleunigern

von **Walter Dällenbach.***)

(5. III. 1947.)

Es handelt sich um die in zwei vorläufigen Mitteilungen[3]) beschriebenen Beschleuniger. Strahlungsverluste werden nicht berücksichtigt. Bei der ν-ten Beschleunigung sind

$$E_\nu - E_{\nu-1} = eU \cos \Phi_\nu \tag{1}$$

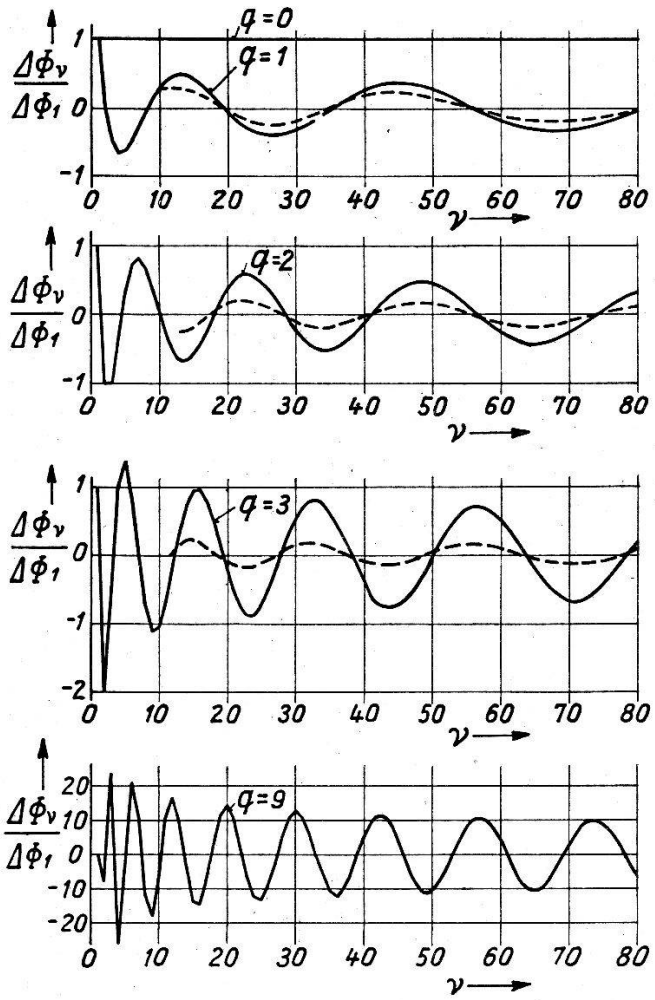

Fig. 1.

der Energiezuwachs und Φ_ν die Phasenverspätung des Teilchens mit der Ladung e gegenüber dem Scheitelwert U der hochfre-

*) Vorgetragen am 19. 2. 1947 im physikalischen Colloquium der ETH in Zürich.

quenten Wechselspannung. Werden die Laufzeiten über die Beschleunigungsstrecken vernachlässigt und sind die Laufstrecken volle Kreise im magnetischen Führungsfeld mit Br^n = konstant, so gilt

$$\Phi_{\nu+1} - \Phi_\nu = 2\pi \left\{ \frac{E_\nu}{S_\nu} \left[\frac{E_\nu^2 - (mc^2)^2}{S_\nu^2 - (mc^2)^2} \right]^{\frac{r/2}{1-n}} - 1 \right\} \tag{2}$$

und

$$\frac{r}{r_\nu} = \left[\frac{E_\nu^2 - (mc^2)^2}{S_\nu^2 - (mc^2)^2} \right]^{\frac{1/2}{1-n}}. \tag{3}$$

Darin sind

$$S_\nu = E_0 + \nu\, eU \cos \Phi_s \tag{4}$$

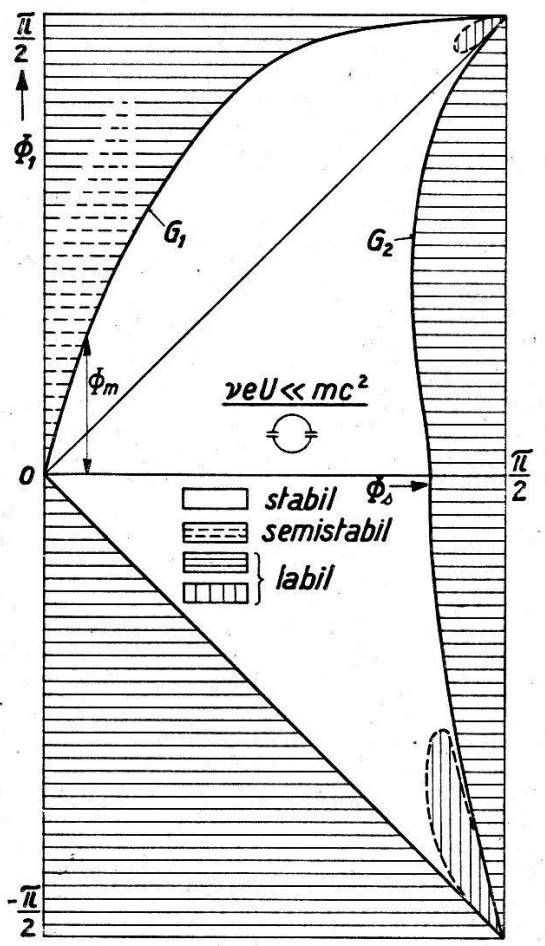

Fig. 2.

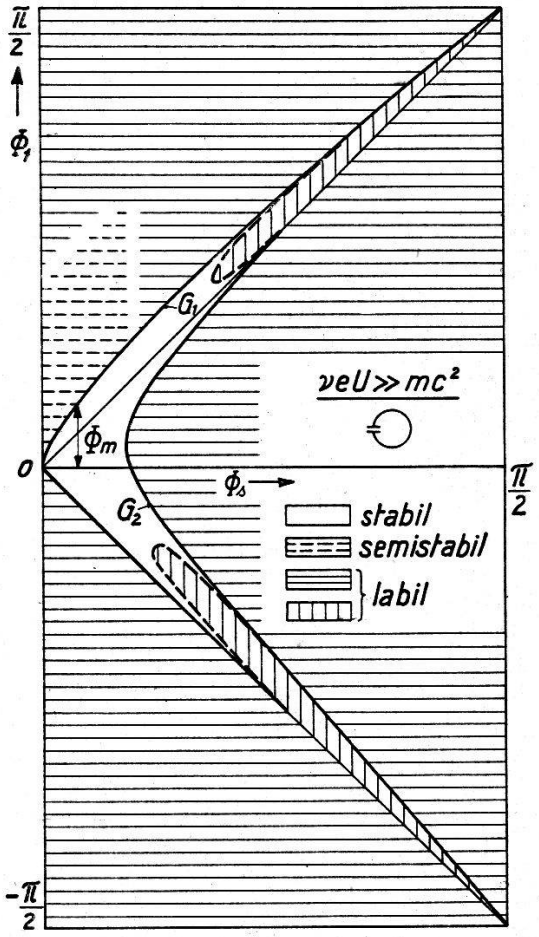

Fig. 3.

die Energie des synchronen Teilchens und r/r_ν das Radienverhältnis der zu den Energien E_ν und S_ν gehörenden stationären Kreisbahnen nach der ν-ten Beschleunigung. Die transversalen Abweichungen von der stationären Kreisbahn werden in einer

späteren Mitteilung betrachtet. Sind die Laufstrecken Halbkreise, so tritt in (2) an Stelle von 2π der Faktor π.

Aus n, eU, Φ_s, E_0, Φ_1 folgen vermöge (1), (2) rekursiv E_1, Φ_2, E_2, Φ_3, ...

Mit $n = 1/2$ und $\Phi_\nu = \Phi_s + \Delta\Phi_\nu$ erhält man in erster Näherung vermöge (1), (2) zur rekursiven Berechnung der $\Delta\Phi_\nu$ bei gegebenem $\Delta\Phi_1$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{S_\nu}{1+\dfrac{1}{1-\left(\dfrac{mc^2}{S_\nu}\right)^2}}[\Delta\Phi_{\nu+1}-\Delta\Phi_\nu]-\frac{S_{\nu-1}}{1+\dfrac{1}{1-\left(\dfrac{mc^2}{S_{\nu-1}}\right)^2}}[\Delta\Phi_\nu-\Delta\Phi_{\nu-1}] \\ &\qquad\qquad +2\pi eU\sin\Phi_s\Delta\Phi_\nu=0, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

wobei $\Delta\Phi_0 = 0$. Aus (5) wird speziell für „langsame" ($\nu eU \ll mc^2$) Teilchen, aber auch für „schnelle" ($\nu eU \gg mc^2$) Teilchen

$$\nu(\Delta\Phi_{\nu+1}-\Delta\Phi_\nu)-(\nu-1)(\Delta\Phi_\nu-\Delta\Phi_{\nu-1})+q\,\Delta\Phi_\nu=0\,. \quad (6)$$

Darin ist

$$\left.\begin{aligned} q &= \pi\cdot\mathrm{tg}\,\Phi_s \text{ für } 1 \text{ Beschleunigung/Umlauf} \\ q &= \pi/2\cdot\mathrm{tg}\,\Phi_s \;\;,, \;\; 2 \;\;,, \;\;,, \end{aligned}\right\} \text{ und } \nu eU \ll mc^2$$

$$\left.\begin{aligned} q &= 4\pi\cdot\mathrm{tg}\,\Phi_s \;\;,, \;\; 1 \;\;,, \;\;,, \\ q &= 2\pi\cdot\mathrm{tg}\,\Phi_s \;\;,, \;\; 2 \;\;,, \;\;,, \end{aligned}\right\} \text{ und } \nu eU \gg mc^2$$

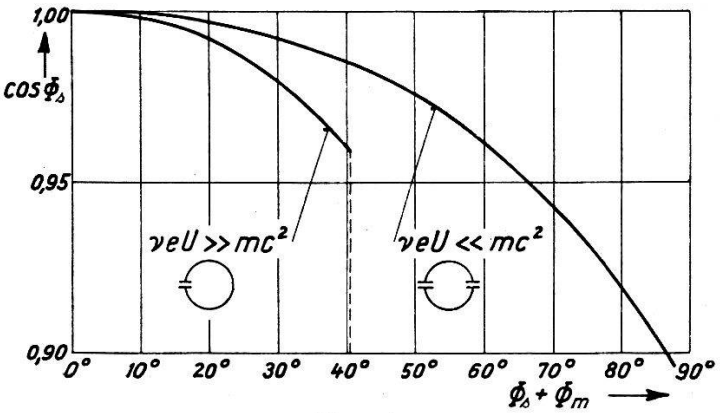

Fig. 4.

Für grosse ν möge statt (6)

$$\frac{d}{d\nu}\left[\nu\,\frac{d\Delta\Phi(\nu)}{d\nu}\right]+q\,\Delta\Phi(\nu)=0 \quad (7)$$

gesetzt werden mit der Lösung

$$\Delta\Phi(\nu)=\Delta\Phi_1\,J_0\{2\sqrt{q\nu}\}. \quad (8)$$

In Fig. 1 sind für $q = 1; 2; 3; 9$ $\Delta \Phi_\nu / \Delta \Phi_1$ nach (6) — ausgezogene Kurve — und $\Delta \Phi(\nu) / \Delta \Phi_1$ nach (8) — gestrichelte Kurve — dargestellt. Für die Beurteilung der Stabilität einer Teilchenbahn ist also die Differentialgleichung (7) nicht brauchbar.

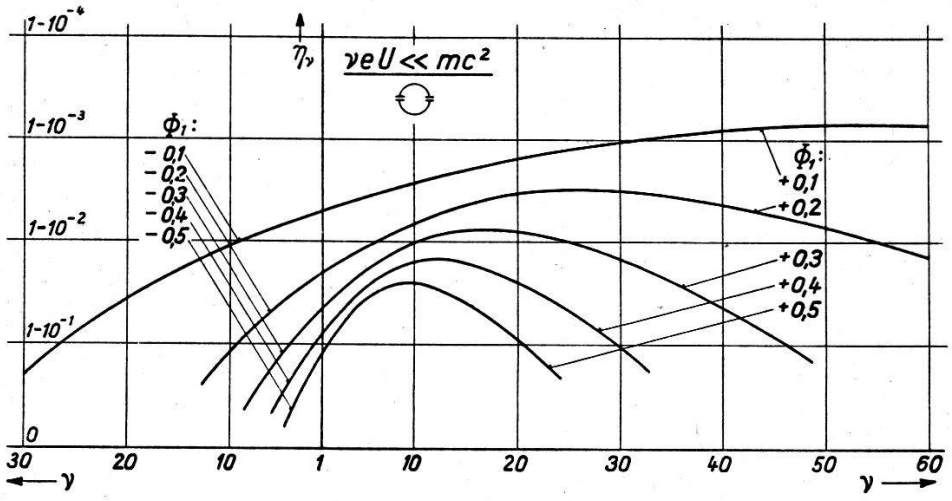

Fig. 5.

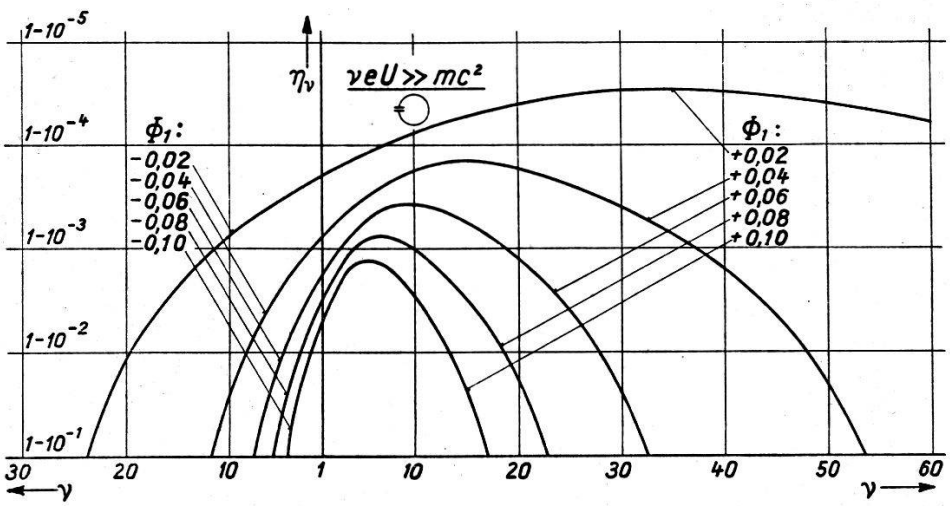

Fig. 6.

In Fig. 2 und 3 sind nun im rechteckigen Zustandsbereich

$$0 \leqq \Phi_s < \pi/2$$
$$-\pi/2 < \Phi_1 < \pi/2$$

Gebiete mit allgemein nach den Differenzengleichungen (1), (2) rekursiv gerechneten labilen, bzw. stabilen Teilchenbahnen unterschieden und zwar für die 2 Sonderfälle

1) $n = 1/2$; $E_0 = m c^2$; $\nu e U \ll m c^2$; 2 Beschleunigungen/Umlauf.
2) $n = 1/2$; $E_0 = m c^2$; $\nu e U \gg m c^2$; 1 Beschleunigung/Umlauf.

Die Grenze G_1 rührt davon her, dass ein Teilchen mit der Startphase $\Phi_1 > \Phi_m > \Phi_s$ über $-\Phi_s$ nach $\Phi_\nu < -\pi/2$ abwandert und ausser Tritt fällt. Die Grenze G_2 ist darauf zurückzuführen, dass es für Φ_s genügend nahe an $\pi/2$ Teilchen $\Phi_1 < \Phi_s$ gibt, die nach 2 oder mehr Beschleunigungen nach $\Phi_\nu > \pi/2$ gelangen und bis auf 0 abgebremst werden. In den durch gestrichelte Grenzen umrandeten kleinen Gebieten liegen stabile und labile Bereiche in um so grösserer Zahl und um so dichter nebeneinander, je mehr man sich den beiden Punkten $\{\Phi_s = \pi/2;\ \Phi_1 = \pm\pi/2\}$ nähert.

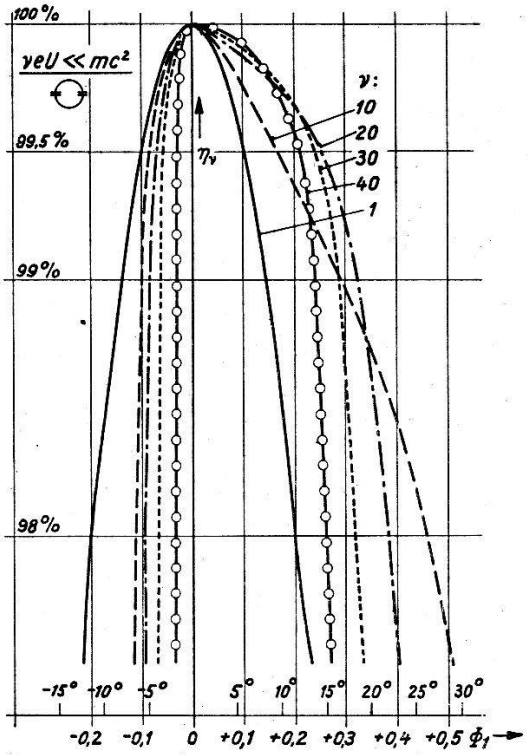

Fig. 7.

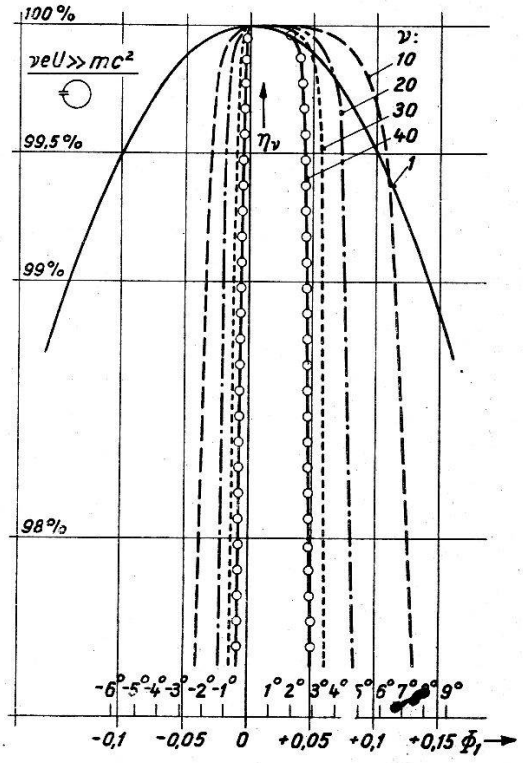

Fig. 8.

Entnimmt man Fig. 2 und 3 Φ_m als Funktion von Φ_s, so ist $\cos \Phi_s$ wie in Fig. 4 als Funktion von $\Phi_s + \Phi_m$ aufgetragen die vom Standpunkt der Phasenstabilität mögliche Stromspannungskennlinie einer Maschine mit grosser Zahl ν von Beschleunigungen. Massgebend dafür, wie weit diese ideale Kennlinie ausgenützt werden kann, sind erstens die mit Rücksicht auf die Konstruktion zulässigen Radienverhältnisse nach (3) und zweitens bei kleinerer Zahl ν von Beschleunigungen die Anforderungen an die Homogenität des austretenden Strahls.

Bei $\Phi_s = 0$ sind alle Teilchen $\Phi_1 \neq 0$ labil. Für diesen speziellen Wert der Startphase Φ_s wurde die spezifische Teilchenenergie

$$\eta_\nu = \frac{E_\nu - mc^2}{S_\nu - mc^2}$$

in den oben betrachteten zwei Sonderfällen nach (1), (2) berechnet. Die Ergebnisse, nämlich η_ν in Funktion von ν mit positiven und negativen Werten von Φ_1 in Bogenmass als Parameter sind in Fig. 5 und 6 dargestellt. Sie zeigen das semistabile Verhalten der Teilchen $\Phi_1 > 0$. In einer andern Darstellung dieser Ergebnisse geben Fig. 7 und 8 die Energieverteilung η_ν im Strahl in Abhängigkeit von der Startphase Φ_1 und mit der Zahl ν der Beschleunigungen als Parameter.

Es ist mir eine Freude, Herrn Isaac Heiselbeck zu danken für seine Hilfe bei den zur Bestimmung der Figuren erforderlichen numerischen Rechnungen.

Nachtrag bei der Korrektur. Am 4. 7. 1947 erhielt ich Kenntnis von einer in hiesigen Bibliotheken nicht vorhandenen Veröffentlichung

M. Rabinovich, J. Phys. USSR, **10**, 523 (1946),

in welcher die Phasenverhältnisse beim Synchrotron untersucht sind. Rabinovich findet für gegenüber der Phase des synchronen Teilchens kleine Phasenabweichungen lineare Differenzengleichungen (16), welche mit meinen Differenzengleichungen (6) im wesentlichen übereinstimmen. Von diesen linearen Differenzengleichungen gibt er in zwei speziellen Fällen Lösungen an. In vorliegender Arbeit sind die für gegenüber der Phase des synchronen Teilchens endliche Phasenabweichungen geltenden nicht linearen Differenzengleichungen numerisch gelöst und die praktisch interessierenden Ergebnisse in den Figuren 2 bis 8 dargestellt.

Literatur:

[1]) V. Veksler, J. Phys. USSR **9**, 153 (1945).
[2]) E. McMillan, Phys. Rev. **68**, 143 (1945).
[3]) W. Dällenbach, Bulletin SEV **37**, 699 (1946); Exper. II, 490 (1946).