Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 21 (1948)
Heft: II

Artikel: Freinage des neutrons rapides dans le graphite
Autor: Houriet, A. / Kind, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-111903

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Freinage des neutrons rapides dans le graphite

par **A. Houriet** et **A. Kind** (Genève).

(5. IV. 1948.)

Les recherches de ces dix dernières années — l'étude des niveaux des noyaux en particulier — ont montré qu'il est du plus haut intérêt de posséder une source de neutrons dont le spectre soit continu et s'étende des énergies thermiques (quelques $^1/_{100}$ d'électron-volt) jusqu'à quelques millions d'électrons-volt. Les sources connues — émission de neutrons lors de réactions nucléaires — fournissent toutes des neutrons rapides (Energie E_0 quelques MeV.). Leurs spectres se composent d'une ou de plusieurs raies étroites. Pour les transformer en spectres continus et étendus, on ralentit les neutrons par chocs successifs contre des noyaux. Fermi utilisa pour cela les noyaux H des substances hydrogénées (p. ex. parafine); ces substances offrent l'inconvénient d'absorber fortement les neutrons (par formation d'hydrogène lourd $H_1^1 + n_0^1 = D_1^2$). Pour l'éviter, on rechercha des modérateurs non absorbants. Les substances les plus adéquates trouvées jusqu'ici sont l'eau lourde (D_2O) et le graphite (C_6^{12}). Ce sont elles qui permirent la réalisation des réactions en chaîne dans les piles à uranium.

La théorie du ralentissement des neutrons s'est développée parallèlement aux recherches expérimentales. De nombreux travaux ont étudié l'établissement du régime «lent» (régime pour lequel les neutrons possèdent une énergie E petite, comparée à l'énergie d'émission E_0 ($E/E_0 \ll 1$). La répartition des neutrons lents ne dépend pratiquement pas de la largeur de la raie d'émission, que l'on peut représenter par une fonction singulière de Dirac $\delta\,(E - E_0)$. Les calculs sont alors simplifiés. La répartition des neutrons lents que l'on obtient ainsi est satisfaisante et paraît être en bon accord avec l'expérience.

Le spectre de ralentissement des neutrons rapides est mal connu. Les énergies considérées étant voisines de l'énergie d'émission, il est évident que l'on ne peut plus négliger la largeur des raies d'émission (quelques 100000 électrons-volt). On pourrait, semble-t-il, utiliser un spectre $\delta\,(E - E_0)$ et effectuer ensuite une intégration par rapport à E_0. Cette méthode conduit à des intégrations doubles, ce qui

la rend inefficace et inexacte. De plus elle introduit des discontinuités artificielles. Le but de ce travail est d'exposer une technique exempte de ces difficultés, qui permette de déterminer les spectres de ralentissement aux environs de la raie d'émission.

Pour développer la méthode, nous ferons les hypothèses suivantes:

1. La source est ponctuelle et isotrope, placée à l'origine.
2. Le modérateur remplit tout l'espace.
3. Le choc entre le neutron et le noyau du modérateur est élastique, de symétrie sphérique dans le système du centre de gravité.
4. Le centre de gravité coïncide avec les noyaux de masse M au repos du modérateur. Cette hypothèse, qui n'est légitime que pour $M \to \infty$, constitue une bonne approximation dans le cas où $M = 12$ (graphite).
5. En chaque point du modérateur, la répartition des vitesses est isotrope.

Des travaux en cours étudient l'application de la même méthode lorsqu'on s'affranchit des hypothèses 2, 4 et 5.

Désignons par

$$d\,N = \varrho\,(r, E)\,dr\,dE$$

le nombre des neutrons d'énergie comprise entre E et $E + dE$, et qui se trouvent à la distance r, $r + dr$ de la source. Soit $\sigma_s\,(E)$ la section de diffusion élastique et $\sigma_c\,(E)$ la section de capture neutron-carbone. La section totale est

$$\sigma\,(E) = \sigma_s\,(E) + \sigma_c\,(E)\,.$$

Si n désigne le nombre de noyaux C par cm³, les chemins moyens valent:

$$\lambda_s\,(E) = \frac{1}{n\,\sigma_s\,(E)} \qquad \lambda_c\,(E) = \frac{1}{n\,\sigma_c\,(E)} \qquad \lambda\,(E) = \frac{1}{n\,\sigma\,(E)}$$

et l'on a évidemment:

$$\frac{1}{\lambda\,(E)} = \frac{1}{\lambda_s\,(E)} + \frac{1}{\lambda_c\,(E)}\,.$$

Un bon modérateur est caractérisé par

$$\sigma_s\,(E) \gg \sigma_c\,(E) \text{ ou encore } \varkappa = \frac{\lambda\,(E)}{\lambda_s\,(E)} \cong 1.$$

Cette condition est réalisée par le graphite pur. L'adjonction de substances étrangères diminue le rapport $\varkappa$ et la qualité du modéra-

teur. Nous prendrons $\varkappa = 1$. Les hypothèses 1—5 conduisent à l'équation de FLUGGE[1]):

$$\frac{\varrho(\tau, E)\, v}{r\lambda(E)} = \frac{1}{2(1-\alpha^2)} \int_0^\infty dr' \int_E^{E/\alpha^2} \frac{dE'}{E'} \frac{\varrho(r', E')\, v'}{r'\lambda^2(E')} \int_{\frac{|r-r'|}{\lambda'}}^{\frac{r+r'}{\lambda'}} \frac{ds}{s} e^{-s} + \frac{Q(E)\, e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r\lambda(E)}$$

$$\alpha = \frac{M-m}{M+m} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} M = \text{masse du noyau modérateur} \\ m = \text{masse du neutron} \end{array}$$

v = vitesse du neutron $\quad Q(E)$ = spectre de la source.

Introduisons

$$\frac{\varrho(r, E)\, v}{r\lambda(E)} = g(r, E)$$

$$x = \frac{r}{\lambda} \qquad x' = \frac{r'}{\lambda}$$

$$E = E_0\, e^{kt} \qquad a = -\frac{1}{k} \ln \alpha^2.$$

E_0 désigne l'énergie pour laquelle Q est maximum. L'expérience montre que la variation de $\lambda(E')$ dans l'intervalle $E \leqslant E' \leqslant E/\alpha^2$ est négligeable. L'équation précédente s'écrit alors:

$$g(x, t) = \frac{k}{2(1-\alpha^2)} \int_0^\infty dx' \int_t^{t+a} dt'\, g(x', t') \int_{|x-x'|}^{x+x'} \frac{ds}{s} e^{-s} + Q(t) \frac{e^{-x}}{x\lambda^2}.$$

Dans le cas qui nous intéresse, il est possible de choisir k de telle sorte que la fonction e^{-t^2} fournisse une bonne approximation de la source*). Soient E_{01} et E_{02} les valeurs de l'énergie qui correspondent aux valeurs $t = 1$ et $t = -1$, on a

$$\frac{E_{01}}{E_0} = e^k \qquad \left(1 + \frac{\Delta E_{01}}{E_0}\right) = e^k \qquad \text{si} \qquad \Delta E_{01} = E_{01} - E_0$$

$$\frac{E_{02}}{E_0} = e^{-k} \qquad \left(1 - \frac{\Delta E_{02}}{E_0}\right) = e^{-k} \qquad \text{si} \qquad \Delta E_{02} = E_0 - E_{02}$$

$E_{01} - E_{02} = \Delta E_{01} + \Delta E_{02} = \Delta E_0$ mesure la largeur de la raie d'émission. Pour les sources connues, on a toujours

$$\frac{\Delta E_0}{E_0} \ll 1$$

ce qui entraîne

$$2k \cong \frac{\Delta E_0}{E_0} \ll 1$$

*) La source de neutrons (– réaction $D_1^2 + D_1^2 = He_2^3 + n_0^1$ –) avec laquelle nous comparons nos résultats possède un spectre d'émission bien représenté par la fonction e^{-t^2}, si l'on choisit $k = 0{,}0636$, $E_0 = 2{,}95$ MeV, $\Delta E_0 = 0{,}38$ MeV.

Nous développerons la solution suivant les puissances croissantes de k. Cette méthode de calcul est générale et ne dépend pas de la fonction $Q(t)$ choisie pour la source. Elle s'applique toute les fois que l'on a

$$2\,k \ll 1\,.$$

Reprenons l'équation intégrale. Si l'on ne considère que la variable x, l'équation intérgrale possède un noyau $K(x, x')$ symétrique, dont la seule singularité, en $x = x'$, est logarithmique. Il est donc possible de la résoudre par une transformation de Fourier. Définissons

$$g(x, t) = \int_0^\infty d\,u\,G(u, t)\sin ux \qquad G(u, t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty d\,x\,g(x, t)\sin u\,x$$

ce qui entraîne

$$\frac{2}{\pi}\int_0^\infty dx \sin ux \int_0^\infty d\,x'\,g(x', t')\int_{|x-x'|}^{x+x'} \frac{ds}{s}\,e^{-s} = 2\,\frac{\operatorname{arctg} u}{u}\,G(u, t)$$

$$\frac{2}{\pi}\int_0^\infty d\,x \sin u\,x\,\frac{e^{-x}}{x} = \frac{2}{\pi}\operatorname{arctg} u$$

$$G(u, t) = \frac{k}{(1-\alpha^2)}\,\frac{\operatorname{arctg} u}{u}\int_t^{t+a} d\,t'\,G(u, t') + \frac{2\operatorname{arctg} u}{\pi\,\lambda^2}\,e^{-t^2}.$$

L'équation primitive est réduite à une équation intégrale simple. Pour en trouver la solution, nous diviserons tout d'abord l'intervalle $-\infty \leqslant t \leqslant \infty$ en deux intervalles partiels:

Intervalle I. $-b \leqslant t \leqslant \infty$
Intervalle II. $-\infty \leqslant t \leqslant -b$.

Nous choisissons b (ou l'énergie correspondante E_1) de telle sorte que l'on puisse poser

$$Q(t) \cong 0 \quad \text{si} \quad -\infty \leqslant t \leqslant -b.$$

Dans le cas qui nous intéresse, ($Q(E) = e^{-t^2}$), le calcul montre qu'il faut choisir $b = 2$.

On obtient ainsi deux équations intégrales, valables chacune dans un des domaines définis

$$\text{Intervalle I.} \quad G(u, t) = A\int_t^{t+a} d\,t'\,G(u, t') + B(u, t)$$

$$\text{Intervalle II.} \quad G(u, t) = A\int_t^{t+a} d\,t'\,G(u, t')$$

$$\text{avec} \quad A = \frac{k\operatorname{arctg} u}{(1-\alpha^2)\,u} \quad \text{et} \quad B = \frac{2\operatorname{arctg} u}{\pi\,\lambda^2}\cdot e^{-t^2}.$$

Si la source est symétrique par rapport à $t = 0$ ($E = E_0$), — condition réalisée par les sources que l'on possède — on aura

$$Q(t) \cong 0 \quad \text{pour} \quad t > b.$$

Nous admettrons que tous les neutrons proviennent de la source Q. Pour $t \geqslant b$, $Q \cong 0$, et en conséquence $G(u, t) \cong 0$, puisque $G(u, t)$ représente l'ensemble des neutrons et qu'un neutron issu de Q ne peut que perdre de l'énergie, c'est-à-dire voir diminuer la variable t qui lui est associée. Supposons d'autre part que l'on ait

$$a > 2\,b.$$

Il sera possible, dans l'intervalle I, de remplacer la limite supérieure $t + a$ de l'intégrale par ∞. Si l'on tient compte des définitions de a, α, k, la condition précédente s'écrit:

$$a = -\frac{1}{k} \ln \alpha^2 \cong -4 \frac{E_0}{\Delta E_0} \ln \left(\frac{1 - \frac{m}{M}}{1 + \frac{m}{M}} \right) > 2\,b. \quad *)$$

Cette condition n'est pas réalisée pour de grandes valeurs de M. Par contre, si l'on prend $M = 12$ (graphite) et les données expérimentales: $E_0 = 2{,}95$ MeV., $\Delta E_0 = 0{,}38$ MeV., il vient

$$a = 5{,}25.$$

Pour que la condition $Q \sim e^{-t^2} \cong 0$ soit remplie si $|t| \geqslant b$, il est nécessaire de choisir $b \geqslant 2$. Dans le cas qui nous intéresse, on a bien $a > b$.

Appelons $G_0(u, t)$ la solution $G(u, t)$ dans le domaine $-b \geqslant t \geqslant \infty$. Elle satisfait l'équation

$$G_0(u, t) = B(u, t) + A \int_t^\infty dt'\, G_0(u, t').$$

Nous déterminons $G_0(u, t)$ par la méthode de Neumann

$$G_0(u, t) = B(u, t) + A \int_t^\infty dt'\, B(u, t') + A^2 \int_t^\infty dt' \int_{t'}^\infty dt''\, B(u, t'') + \ldots$$

---

*) Si l'on choisit b = 2, cette condition s'écrit pour de grandes valeurs de M:

$$2 \frac{E_0}{\Delta E_0} \frac{m}{M} > 1.$$

Cette condition est équivalente à celle que nous trouverons, à la page 6 ($|\delta E| > \Delta E_0$), qui assure la convergence rapide de la série représentant la solution.

Il est facile d'interpréter physiquemment chacun des termes de ce développement. Le premier

$$B(u, t) \equiv S_0(u, t)$$

représente tous les neutrons qui n'ont pas subi de choc, le deuxième

$$A \int_t^\infty dt' \, B(u, t') \equiv S_1(u, t)$$

ceux qui ont subi un choc; le troisième

$$A^2 \int_t^\infty dt' \int_{t'}^\infty dt'' \, B(u, t'') \equiv S_2(u, t)$$

ceux qui ont subi deux chocs, et ainsi de suite.

Examinons les conditions physiques qui doivent être réalisées pour que cette série converge rapidement. Tout choc entraîne une perte d'énergie moyenne

$$\overline{\delta E} = -\frac{2\,m\,M}{(M+m)^2} \cdot E$$

où E représente l'énergie du neutron avant le choc. Supposons que l'on ait

$$|\,\overline{\delta E}\,| \sim \Delta E_0$$

ΔE_0 désignant la largeur de la raie d'émission. Le centre de gravité $\overline{E}_n$ (énergie moyenne) des différents spectres $S_n(u, t)$

$$S_0(u, t), \quad S_1(u, t), \quad S_2(u, t), \ldots \; S_n(u, t)$$

qui se trouve en E_0 pour $S_0(u, t)$ se déplace rapidement vers les basses énergies. La probabilité que le neutron, après n chocs, possède une énergie supérieure à E_1 $(t > -b)$ tend vers zéro lorsque n croît. Dans le cas qui nous intéresse, elle est négligeable pour $n > 4$. La somme

$$\sum_{n=5}^{\infty} S_n(u, t)$$

représente au plus 1 % de la somme totale

$$S(u, t) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(u, t).$$

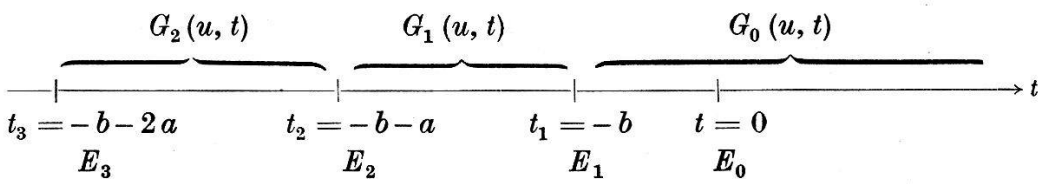
On peut donc poser

$$S(u, t) \cong \sum_{n=0}^{4} S_n(u, t)$$

et calculer la répartition des neutrons, dans l'espace et en énergie, en effectuant la transformation de Fourier de $S(u, t)$ et en rem-

plaçant t par $1/k \ln E/E_0$. On obtient ainsi la densité des neutrons d'énergie plus grande que $E_1 (t > -b)$.

Il reste à déterminer la solution pour les énergies inférieures à E_1. Dans ce but, nous diviserons l'intervalle $-\infty \leqslant t \leqslant -b$ en une infinité de domaines d'égale longueur a, par les points $t_2 = -b-a$, $t_3 = -b-2a$, $t_4 = -b-3a$, etc.... auxquels correspondent les énergies E_2, E_3, E_4, etc. Nous désignerons par $G_1(u, t)$ la solution $G(u, t)$ du domaine $-b-a \leqslant t \leqslant -b$; $G_2(u, t)$ la solution $G(u, t)$ du domaine $-2a-b \leqslant t \leqslant -b-a$; et généralement $G_n(u, t)$ la solution du domaine $-na-b \leqslant t \leqslant -(n-1)a-b$.



Puisque nous avons supposé $Q \sim B \cong 0$ dans l'intervalle

$$-\infty \leqslant t \leqslant -b,$$

$G(u, t)$ satisfait l'équation homogène

$$G(u, t) = A \int_t^{t+a} dt' \, G(u, t').$$

Ecrivons cette équation pour des valeurs de t telles que $t_2 \leqslant t \leqslant t_1$ en utilisant les définitions précédentes

$$G_1(u, t) = A \int_t^{t_1} dt' \, G_1(u, t') + A \int_{t_1}^{t+a} dt' \, G_0(u, t').$$

Nous venons de déterminer la fonction $G_0(u, t)$. Pour trouver $G_1(u, t)$ dérivons l'équation précédente par rapport à t.

$$G_1'(u, t) = -A G_1(u, t) + A G_0(u, t+a).$$

Si nous exigeons que l'on ait, en $t = t_1$ $(E = E_1)$

$$G_1(u, t_1) \equiv G_0(u, t_1)$$

pour toute valeur de u, il est facile de donner la solution $G_1(u, t)$

$$G_1(u, t) = G_0(u, t_1) \, e^{A(t_1 - t)} + A \, e^{-At} \int_{t_1}^{t} dt' \, e^{At'} \, G_0(u, t'+a).$$

De façon analogue, on trouve que $G_2(u, t)$ satisfait l'équation

$$G_2(u, t) = A \int_t^{t_2} dt' \, G_2(u, t') + A \int_{t_2}^{t+a} dt' \, G_1(u, t')$$

ou encore

$$G_2'(u, t) = -AG_2(u, t) + AG_1(u, t + a).$$

La solution $G_2(u, t)$ telle que l'on ait en $t = t_2$ $(E = E_2)$

$$G_2(u, t_2) \equiv G_1(u, t_2)$$

est

$$G_2(u, t) = G_1(u, t_2)\, e^{A(t_2 - t)} + A\, e^{-At} \int_{t_2}^{t} dt'\, e^{At'}\, G_1(u, t' + a).$$

Plus généralement $G_n(u, t)$ satisfait les équations

$$G_n(u, t) = A \int_{t}^{t_n} dt'\, G_n(u, t') + \int_{t_n}^{t+a} dt'\, G_{n-1}(u, t')$$

$$G_n'(u, t) = -A\, G_n(u, t') + A\, G_{n-1}(u, t + a)$$

et la solution $G_n(u, t)$ telle qu'en $t = t_n$ $(E = E_n)$

$$G_n(u, t_n) = G_{n-1}(u, t_n)$$

est

$$G_n(u, t) = G_{n-1}(u, t_n)\, e^{A(t_n - t)} + A\, e^{-At} \int_{t_n}^{t} dt'\, e^{At'} G_{n-1}(u, t' + a)$$

Définissons enfin les fonctions

$$g_n(x, t) = \int_0^\infty du\, G_n(u, t) \sin ux$$

qui représentent $g(x, t)$ dans le domaine $t_{n+1} \leqslant t \leqslant t_n$. Elles donnent la solution du problème. On y remplace x par sa valeur r/λ. Soit $\eta(r, t)$ la densité de chocs d'un compteur de 1 cm³, dans lequel chemin moyen des neutrons est égal à 1 cm. On a

$$\eta(r, t) = \frac{1}{4\pi r^2}\, \varrho(r, t) \cdot v = \frac{1}{4\pi} \frac{\lambda}{r}\, g(r, t)$$

η est une quantité directement mesurable qui permet de comparer les résultats théoriques avec l'expérience.

Ce travail a été subventionné par la Commission de l'énergie atomique suisse que nous tenons à remercier ici.

Genève, Institut de Physique de l'Université.

Bibliographie.

[1]) Flugge, Z. f. Ph. 111, 1938—1939, p. 109, cf. aussi Eriksson, Arkiv f. Math. etc., 34. — 1947. Pour toute autre bibliographie, cf. liste donnée par

[2]) Marshak, Rev. of Modern Physics 1947, p. 185—238.