Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 27 (1954)

Heft: I

Artikel: Über die Linienform monochromatischer -Strahlungen im Szintillationsspektrographen

Autor: Maeder, D. / Müller, R. / Wintersteiger, V.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-112500

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Über die Linienform monochromatischer γ-Strahlungen im Szintillationsspektrographen

von **D. Maeder, R. Müller** (ETH., Zürich) und
V. Wintersteiger (Phys. Inst., Belgrad).

(12. X. 1953.)

Summary. After a brief outline of the various effects governing the "line shape" (photopeak + continuum) in a scintillation spectrometer at energies of the order 1 MeV (§ 1), the general equations for computing the energy distribution of scintillations produced by monochromatic incident γ-rays are established (§ 2). A compilation of numerical data on the primary absorption and scattering in NaI (Tl) is given in § 3; extrapolation of measured photo fractions to zero crystal size seems to indicate that at 1 MeV the photoabsorption cross section might be appreciably smaller than predicted by HULME et al.

In the evaluation of the theoretical Compton distribution for an infinitely large crystal (§ 4), perpendicular incidence of the primary quanta is assumed; secondary and tertiary absorption and scattering have been calculated rigorously and higher order effects taken into account by an approximate procedure. To simplify calculations for finite cylindrical crystals (§ 5), we start with the assumption that γ-rays enter the crystal only along the cylinder axis, but in § 6 corrections for the case of bad collimation are developed. Curves show the modified Compton distribution and photo fraction for NaI crystals with L = R = 0,5 cm, 1 cm, 2 cm, 4 cm, ∞ at different energies from 0,255 to 1,28 MeV. In § 7 we discuss the corrections caused by γ-rays scattered from outside into the crystal, by pair creation (which proves negligible, as far as the apparent photo fraction is concerned, up to 2 MeV), and by Bremsstrahlung and range losses. The latter, as well as the hard component of the collimator scattering, become appreciable above 1 MeV, whereas the soft component produced by the collimator may be eliminated by characteristic absorbers.

Experimental applications (§ 8) include the verification of the calculated photo fraction as a function of energy and crystal size, absolute γ-ray intensity measurements and analysis of complex line spectra such as those produced by Ga^{67}, In^{114} and Au^{198}.

§ 1. Einleitung.

Die Entdeckung der hohen Lichtausbeute von mit Thallium aktivierten NaI-Kristallen[1]) unter der Wirkung von γ-Strahlen hat in den letzten Jahren, im Verein mit der Entwicklung verbesserter Photoröhren mit Elektronenvervielfachung, eine eigentliche Umwälzung der Messtechnik für γ-Quanten eingeleitet[2]). Während die Geiger-Müller-Zählrohre grössenordnungsmässig jedes hundertste

einfallende Quant zu registrieren vermögen, lassen sich mit Szintillationszählern leicht Ansprechwahrscheinlichkeiten von 50% oder mehr erreichen. Noch wertvoller ist aber in vielen Fällen die Eigenschaft, dass aus den Amplituden der Szintillationsimpulse die Energie der γ-Strahlung unmittelbar abgelesen werden kann. Dabei wird die Energieauflösung durch das Szintillationsmaterial, die optische Anordnung und die Eigenschaften der Photoröhre bestimmt (siehe § 3d). Soweit die Szintillationsimpulse durch Absorption einheitlicher Energiebeträge erzeugt werden, sind ihre Amplituden nach einer Gaussschen Glockenkurve verteilt. Es liegt aber in der Natur der Wechselwirkung der γ-Quanten mit der Materie des Szintillationskristalls, dass ausser der eigentlichen „Photolinie" meistens auch noch Impulse mit allen möglichen kleineren Amplituden in merklicher Anzahl vorkommen. Um mit einem Szintillationsspektrographen komplexe Spektren quantitativ zerlegen zu können, müssen Intensität und Form des Kontinuums für jede γ-Energie bekannt sein. Da beide in komplizierter Weise nicht nur von der Energie, sondern auch von der Kristallgrösse und -form sowie von der Geometrie des γ-Strahlenbündels abhängen, erschien es uns nützlich, diese Zusammenhänge in dem für die Spektroskopie der radioaktiven Isotope wichtigen Energiebereich 0,1 ... 1,3 MeV systematisch zu untersuchen[3]).

Wir geben zunächst eine allgemeine Übersicht über die von uns verwendete Berechnungsmethode (§ 2) und eine Zusammenstellung der theoretischen Formeln und numerischen Daten für den Primäreffekt in NaI (§ 3). In § 4 wird die Absorption sekundärer und tertiärer Streuquanten im ∞ grossen Kristall berechnet. Zur Erfassung der Sekundäreffekte in endlichen Kristallen (§ 5) setzen wir zunächst ideal scharfe Bündelung der einfallenden γ-Strahlen voraus. Der effektive Raumwinkel eines Kollimators und die durch unvollkommene Kollimation verursachte Korrektur der berechneten Sekundäreffekte im Kristall werden in § 6 behandelt.

Wir haben uns auf den obgenannten Energiebereich beschränkt, um folgende zusätzliche Effekte entweder vernachlässigen oder als kleine Korrekturen behandeln zu können (§ 7):

a) Die bei niedriger Energie auftretende *Satellitenlinie*[4]) wurde stets zur Photolinie gezählt. Ihre Intensität beträgt, nach Rechnungen von Novey[5])*), z. B. bei 50 keV 17%, bei 100 keV aber nur noch 4% der Hauptlinie. Bei Energien > 150 keV geht zudem die Energiedifferenz von 29 keV im Auflösungsvermögen des Szintillationsspektrographen unter.

*) Vgl. hierzu auch A. H. Wapstra, Physica **19**, 669 (1953).

b) Die Beiträge der *Rückstreuung* aus der *Quelle* und aus dem *Lichtleiter* lassen sich verhältnismässig einfach abschätzen[6]).

c) Bei hohen Energien ergeben sich Komplikationen infolge der Absorption von γ-Quanten durch *Paarerzeugung*. Bei 1,3 MeV ist letztere aber erst mit 0,5% an der Gesamtzahl der Szintillationen beteiligt.

d) Die Berechnung der *Streustrahlung aus dem Kollimator* ist äusserst umständlich. Da in Pb die Strahlenschwächung bis 500 keV vorwiegend durch Photoeffekt erfolgt, macht sich die Compton-Streuung aber erst oberhalb dieser Energie störend bemerkbar.

e) *Bremsstrahlungs- und Reichweitekorrekturen* spielen bei extrem hohen Energien eine wesentliche Rolle[7]); in unserem Bereich bleibt deren Einfluss auf das scheinbare Photo:Compton-Verhältnis jedoch auf die Grössenordnung 10% beschränkt.

Wegen ihrer Kompliziertheit haben wir die Korrekturen d) und e) im allgemeinen vernachlässigt, geben aber in § 7 für ein spezielles Beispiel eine numerische Abschätzung. Durch diese Effekte lassen sich die Abweichungen unserer empirisch (für Kristallgrösse $\to 0$) angepassten Photoquerschnitte gegenüber den von Hulme et al.[8]) berechneten theoretischen Werten (§ 3) nur teilweise erklären. Diese Diskrepanz wird zur Zeit noch weiter untersucht[9]).

Experimentelle Linienformen wurden mit monochromatischen γ-Strahlen von 0,28 bis 1,1 MeV mittels eines Impulsspektrographen nach dem früher beschriebenen Prinzip[10]) aufgenommen, nach welchem sich die gesuchte Amplitudenverteilung jeweils photographisch aufzeichnet. Kristallgrösse und Kollimation wurden in weiten Grenzen variiert und gute Übereinstimmung der experimentellen mit den berechneten Impulsverteilungen gefunden (§ 8).

§ 2. Absorption und Streuung von γ-Strahlen im Szintillationskörper.

a) *Bezeichnungen.*

Der lineare Schwächungskoeffizient der Leuchtsubstanz sei

$$\mu = \mu_C + \mu_P - \mu_{PP} \tag{1}$$

$$= \text{Streukoeffizient} + \text{Photokoeffizient} + \text{Paarkoeffizient}.$$

Während sich μ_C mit grosser Genauigkeit berechnen lässt (vgl. § 3b), existiert für die Photoabsorption keine völlig befriedigende Theorie. Die numerischen Werte von μ_P werden daher in § 3b unter Berücksichtigung neuer experimenteller Daten festgelegt. Unterhalb 1,3 MeV ist μ_{PP} zu vernachlässigen.

Mit $\mu' = \mu'_C + \mu'_P$, $\mu'' = \mu''_C + \mu''_P$, ... bezeichnen wir die zu (1) analogen Koeffizienten für ein- bzw. mehrfach gestreute Quanten. Ferner definieren wir

$$p_0 = \mu_P/\mu = \text{primärer Photoanteil} \tag{2}$$

(bzw p_0, p''_0, ... für Streuquanten).

Alle Energien werden in Elektronenmasse-Einheiten ausgedrückt:

$\gamma = h\nu/mc^2$ Primärstrahlung.
$\gamma' = h\nu'/mc^2$ Streuquant 1. Ordnung.
$\varepsilon' = \gamma - \gamma'$ Rückstosselektron 1. Ordnung.
γ''...; ε''... usw.

Führt man an Stelle der Streuwinkel ϑ zur Abkürzung die Variable u ($0 \leqslant u \leqslant 2$) gemäss

$$u = 1 - \cos\vartheta, \quad u' = 1 - \cos\vartheta', \quad u'' = \cdots \tag{3}$$

ein, so gilt

$$\gamma' = \frac{\gamma}{1+u\gamma}, \quad \varepsilon' = \gamma - \gamma' = u \cdot \gamma \cdot \gamma' \tag{4}$$

analog für Streuprozesse höherer Ordnung:

$$\gamma^{(k)} = \frac{\gamma}{1+(u+u'+\cdots+u^{(k-1)})\,\gamma}, \quad \varepsilon^{(k)} = \gamma^{(k-1)} - \gamma^{(k)} = u^{(k-1)} \cdot \gamma^{(k-1)} \cdot \gamma^{(k)}. \tag{4a}$$

b) *Energieverteilung der Szintillationen.*

Je nachdem, ob das letzte Streuquant ($k = 1, 2, \ldots$) im Kristall absorbiert wird oder entweicht, beträgt die insgesamt umgesetzte Elektronenenergie:

$$\varepsilon^* = \varepsilon' + \varepsilon'' + \cdots + \varepsilon^{(k)} + \gamma^{(k)} \equiv \gamma \tag{5}$$

bzw.

$$\varepsilon^* = \varepsilon' + \varepsilon'' + \cdots + \varepsilon^{(k-1)} + \varepsilon^{(k)} = \frac{(u+u'+\cdots+u^{(k-1)})\,\gamma^2}{1+(u+u'+\cdots+u^{(k-1)})\,\gamma}. \tag{6}$$

Als obere Grenze von (6) erhält man $\varepsilon^* \leqslant 2\,k\gamma^2/(1 + 2\,k\gamma)$.

Über die Umwandlung der Szintillationen in elektrische Impulse wird vorausgesetzt, dass die Impulsamplitude proportional ε^* und die Anzahl gleich derjenigen der entsprechenden Streu- und Absorptionsprozesse ist; diese bezeichnen wir nach folgendem Schema*):

$n_0 = n_A + n_E$ = Anzahl einfallender Primärquanten ($k = 0$) (hiervon n_A im Kristall absorbiert oder gestreut, n_E ohne Wechselwirkung entweichend).

*) Von den in den vorläufigen Mitteilungen[3])[6]) verwendeten Bezeichnungen teilweise abweichend.

$\delta n'_C = \delta n'_A + \delta n'_E$ = in Richtung u bis $u + \delta u$ emittierte Sekundärquanten ($k = 1$).
$\delta^2 n''_C = \delta^2 n''_A + \delta^2 n''_E$ = Tertiärquanten ($k = 2$) in Richtung u' bis $u' + \delta u'$, welche von den $\delta n_C'$ Sekundärquanten (u, δu) abstammen. u' wird von der Richtung des Sekundärquants aus gemessen.

Die geometriebedingte Aufteilung in absorbierte oder gestreute (Index A) und entweichende (Index E) Quanten wird in § 4 und 5 näher untersucht. Die entweichenden Anteile liefern (ausser für $k = 0$) Szintillationen, jedoch mit reduzierter Energie gemäss (6); von den nicht entweichenden Quanten führt jeweils der Bruchteil p_0, bzw. p'_0, p''_0, ... zu voller Energieumsetzung nach (5). Die gesuchte „Linienform" besteht also aus:

Photospitze:

$$\left.\begin{aligned} n_P^* &= p_0\, n_A + \int\limits_{\varepsilon'} p_0'\, \delta n_A' + \int\limits_{\varepsilon'}\int\limits_{\varepsilon''} p_0''\, \delta^2 n_A'' + \cdots \\ &= \text{Anzahl Impulse der vollen Energie, } \varepsilon^* = \gamma \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Compton-Kontinuum:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d n_C^*}{d\varepsilon^*} &= \left(\frac{d n_E'}{d\varepsilon'}\right)_{\varepsilon' = \varepsilon^*} + \int\limits_{\varepsilon'} \delta \left(\frac{d n_E''}{d\varepsilon''}\right)_{\varepsilon'' = \varepsilon^* - \varepsilon'} + \int\limits_{\varepsilon'}\int\limits_{\varepsilon''} \delta^2 \left(\frac{d n_E'''}{d\varepsilon'''}\right)_{\varepsilon''' = \varepsilon^* - \varepsilon' - \varepsilon''} + \cdots \\ &= \text{Anzahl Impulse pro Energieintervall an der Stelle } \varepsilon^* < \gamma. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Die Integrale in (7) erstrecken sich jeweils über alle möglichen ε', ε'', ...-Werte (nämlich $0 \leqslant \varepsilon^{(i+1)} \leqslant 2\,(\gamma^{(i)})^2/(1 + 2\,\gamma^{(i)})$), diejenigen in (8) nur über solche, die mit dem Parameterwert ε^* und der Bedingung (6) verträglich sind; insbesondere verschwinden die k ersten Terme in (8), sobald $\varepsilon^* > 2\,k\gamma^2/(2\,k\gamma + 1)$.

Für die numerische Auswertung bricht man die Ausdrücke (7), (8) nach $(k + 1)$ Gliedern ab und berücksichtigt die Beiträge der Streuungen höherer als k-ter Ordnung angenähert dadurch, dass man in (7) $p_0^{(k)}$ durch einen effektiven Photoanteil $p^{*(k)}$ und in (8) den ganzen $(k+1)$-ten Term durch

$$\int\limits_{\varepsilon'}\int\limits_{\varepsilon''} \cdots \int\limits_{\varepsilon^{(k)}} (1 - p^{*(k)})\, \frac{\delta^k n_A^{(k)}}{\varepsilon_{\max}^{(k+1)}} \tag{9}$$

ersetzt, wobei die Integrationsgrenzen für $\varepsilon^{(k)}$ aus den Bedingungen

$$\operatorname{Max}\left\{0;\ \varepsilon^* - \frac{2\,(\gamma^{(k)})^2}{2\,\gamma^{(k)} + 1}\right\} \leqslant \varepsilon' + \varepsilon'' + \cdots \varepsilon^{(k)} \leqslant \operatorname{Min}\left\{\varepsilon^*;\ \frac{2\,k\gamma^2}{2\,k\gamma + 1}\right\} \tag{10}$$

zu bestimmen sind. Zum Beispiel lauten die Näherungsausdrücke für $k = 1$, wobei also einfache Streuungen exakt, mehrfache näherungsweise berücksichtigt sind:

Photospitze:

$$n_P^* \approx p_0 n_A + \int\limits_{\varepsilon'=0}^{2\gamma^2/(2\gamma+1)} p^{*\prime}\, \delta n_A' \tag{7a}$$

Compton-Kontinuum:

$$\frac{d n_C^*}{d\varepsilon^*} \approx \left(\frac{d n_E'}{d\varepsilon'}\right)_{\varepsilon'=\varepsilon^*} + \int\limits_{\varepsilon'=0,\ \text{bzw.}\ \varepsilon^*-2\gamma'^2/(2\gamma'+1)}^{\varepsilon^*,\ \text{bzw.}\ 2\gamma^2/(2\gamma+1)} (1-p^{*\prime})\, \frac{2\gamma'+1}{2\gamma'}\, \frac{\delta n_A'}{\gamma'}\,. \tag{8a}$$

Von dem hier einzusetzenden $p^{*\prime}$ ist zunächst nur bekannt, dass

$$p_0(\gamma') < p^{*\prime} < 1$$

gilt. Anderseits können wir ohne grossen Fehler*) dieses $p^{*\prime}$ mit dem Verhältnis

$$p^*(\gamma) \equiv \frac{n_P^*}{n_A} = \frac{n_P^*}{n_P^* + n_C^*} \tag{11}$$

jedoch für γ' (anstatt γ) als Primärenergie berechnet, identifizieren. Hierauf gründet sich das folgende *Schrankenverfahren*[3]):

Durch Einsetzen der Extremwerte $p_{\min}^{*\prime} = p_0(\gamma')$ bzw. $p_{\max}^{*\prime} = 1$ in das Restglied von (7a) wird die Absorption der Streuquanten höherer als k-ter Ordnung vernachlässigt, bzw. überschätzt. Für eine Reihe von primären γ-Energien berechnet man auf diese Weise eine untere bzw. obere Schranke für n_P^* und erhält mittels (11) zwei Schranken p_1^*, p_2^* als Funktionen der γ-Energie. Diese setzt man nun, jeweils für γ' interpoliert, an Stelle der ursprünglichen Schranken in das Restglied von (8a) ein und wiederholt das Verfahren, bis das zur Berechnung von (7a) und (8a) notwendige $p^{*\prime}$ hinreichend eng eingegrenzt ist.

c) *Totale Ansprechwahrscheinlichkeit.*

Die Gesamtzahl der Wechselwirkungen der einfallenden γ-Strahlen mit dem Leuchtkörper

$$n_A = n_P^* + n_C^* = n_P^* + \int\limits_{\varepsilon^*=0}^{\gamma} \left(\frac{d n_C^*}{d\varepsilon^*}\right) d\varepsilon^*$$

lässt sich, unter Extrapolation der gemessenen Stosszahlen bis zur Energie 0, experimentell bestimmen. Daher stellt das Verhältnis

*) Infolge ungleicher geometrischer Verhältnisse wird p^* für einfallende Quanten der Energie γ' im allgemeinen von dem für Streuquanten derselben Energie massgebenden $p^{*\prime}$ etwas abweichen. Entsprechende Korrekturen werden in § 4c und § 5a behandelt.

n_A/n_0 die maximal erreichbare Ansprechwahrscheinlichkeit des Szintillationszählers dar; der theoretische Wert beträgt

$$\frac{n_A}{n_0} = 1 - e^{-\mu L} \tag{12}$$

wobei L die Schichtdicke der Leuchtsubstanz in der Einfallsrichtung bedeutet.

Für NaI(Tl) haben wir die so berechneten Ansprechwahrscheinlichkeiten in Fig. 1 aufgetragen.

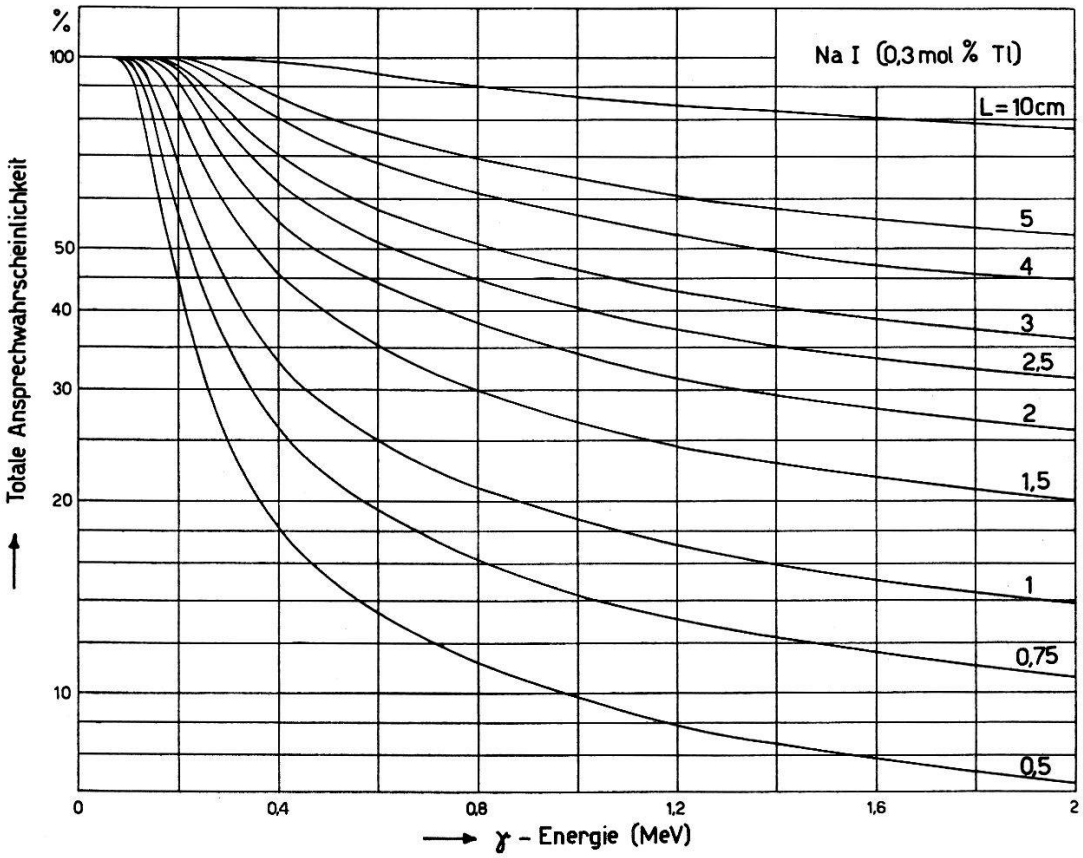

Fig. 1.
Anzahl primärer Wechselwirkungen der auf eine Schicht NaI(Tl) von der Dicke L senkrecht auftreffenden γ-Quanten.

§ 3. Der Primäreffekt in NaI(Tl).

a) *Experimentelle Bestimmung des primären Photoanteils.*

Für monochromatische Primärstrahlen lässt sich ein experimentelles Szintillationsspektrum graphisch in Photo- und Compton-Anteil n_P, n_C zerlegen. Letzterer muss jeweils noch um denjenigen Teil Δn_C vergrössert werden, welcher unterhalb der Schwelle der Zählvorrichtung liegt. Ist die Schwellenenergie bekannt, so gestaltet

sich diese Extrapolation mit Hilfe der theoretischen Compton-Verteilungen (Fig. 6 und 7) sehr einfach. Ferner sind die Korrekturen n_L und allenfalls n_Q (Streustrahlung aus dem Lichtleiter, bzw. aus der Quelle) aus Fig. 12 und 14 zu entnehmen und von der Compton-Verteilung abzuziehen. Das korrigierte Stosszahlenverhältnis

$$p = n_P/(n_P + n_C + \Delta n_C - n_L - n_Q) = \text{experiment. Photoanteil} \tag{13}$$

entspricht dem durch (11) definierten theoretischen Wert p^*; es ist von der Kristallgeometrie abhängig und nähert sich bei abnehmender Kristallgrösse dem durch (2) definierten Grenzwert p_0. Aus Messungen mit verschieden grossen Kristallen einheitlicher Form (Länge $L \approx$ Radius R) haben wir versucht, den primären Photoanteil p_0 zu extrapolieren. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Um den Einfluss der Kollimation möglichst auszuschalten, haben wir den Radius r des γ-Strahlenbündels proportional zur jeweiligen Kristallgrösse gewählt ($r \approx \frac{1}{2}\sqrt{LR}$). Die angegebenen mittleren Fehler rühren zur Hauptsache von der Unsicherheit der graphischen Zerlegung sowie der oben erwähnten Korrekturen her.

Tabelle 1.

Extrapolation des primären Photoanteils aus experimentellen p-Werten (ohne Korrektur der Kollimator-Streustrahlung und der Reichweite- und Bremsstrahlungsverluste).

Anordnung	Messung mit Kristall Nr. 6	13	3	4	Grenzfall
Kristallänge L (mm)	22	12,4	10,5	5,2	$\sqrt{LR} \to 0$
Kristallradius R (mm)	18	15,6	9,5 ± 2*)	5,0	
Bündelradius r (mm)	10	7	5	2,6	$r \to 0$
γ-Strahlung	p in %				p_0 in %
Hg^{203}, $\gamma = 0{,}546$ . .	81,0 ± 2	73,0 ± 1	67,0 ± 2	57,2 ± 1	44 ± 2
Au^{198}, $\gamma = 0{,}805$ . .	59,5 ± 1,5	50,0 ± 1	45,5 ± 1,5	37,0 ± 1	24,5 ± 1,5
Cs^{137}, $\gamma = 1{,}29$ . . .	36,5 ± 2	29,5 ± 1,5	24,5 ± 1	17,0 ± 0,5	9,0 ± 1
Zn^{65}, $\gamma = 2{,}18$ . . .	21,0 ± 2	16,0 ± 1,5	12,8 ± 1	7,5 ± 0,3	2,8 ± 0,7

b) *Numerische Werte der Streu- und Absorptionskoeffizienten.*

Die Dichte der Moleküle haben wir für NaI, unabhängig von der Tl-Beimischung, $N = 1{,}470 \cdot 10^{22}\ \text{cm}^{-3}$ gesetzt und angenommen, dass 0,3% der Na-Atome durch Tl ersetzt sind. Dann gilt

$$\mu_C = N\sigma(0{,}997\,\tau_{Na} Z + Z_I + 0{,}003\, Z_{Tl}) \tag{14a}$$

$$\mu_P = N\ (0{,}997\ \tau_{Na} + \tau_I + 0{,}003\ \tau_{Tl}). \tag{14b}$$

*) Querschnitt rechteckig.

Der totale *Compton-Wirkungsquerschnitt* σ ergibt sich aus der Integration der Formel von KLEIN-NISHINA[11]) und findet sich in zahlreichen Arbeiten[12–14]) tabelliert. Allerdings sind die Elektronen im NaI nicht völlig frei, was bei niedriger Energie eine Verminderung des Compton-Querschnittes und das Auftreten kohärenter Streuung zur Folge hat. Aus den von DEBYE und von HEISENBERG angegebenen, von BEWILOGUA[15]) tabellierten Funktionen $\Phi^2(\lambda, \vartheta, Z)$ und $S(\lambda, \vartheta, Z)$ erhält man durch Integration über alle Streurichtungen:

Primärenergie (keV)	51	102	204
$\sigma_{\text{kohärent}}/\sigma_{\text{Klein-Nishina}}$ · ·	1,81	0,69	0,24
$\sigma_{\text{inkohärent}}/\sigma_{\text{Klein-Nishina}}$ ·	0,82	0,91	0,96

Da die *kohärente Streuung* keine Energie an den Kristall überträgt, haben wir sie in (14) nicht aufgenommen. Die Korrektur der *inkohärenten Streuung* ist wegen des starken Überwiegens der Photoabsorption bei niedriger Energie bedeutungslos und wird bei höheren Energien durch die indirekten Beiträge der kohärenten Streuung annähernd kompensiert*), so dass der totale Streuquerschnitt für unsere Zwecke hinreichend genau durch die unkorrigierte Klein-Nishina-Formel ersetzt werden darf. Für einige γ-Energien sind die nach (14a) für NaI(Tl) berechneten μ_C-Werte in Tabelle 2 angegeben.

Die verschiedenen theoretischen Ansätze für die Berechnung der *atomaren Photoquerschnitte* τ sind kürzlich in zwei zusammenfassenden Berichten[13])[14]) ausführlich diskutiert worden. Für unsere Anwendung sind vor allem die von HULME, MCDOUGALL, BUCKINGHAM und FOWLER[8]) durch numerische Lösung der Diracschen Gleichung erhaltenen Ergebnisse von Bedeutung. Da jene Rechnungen auf wenige Energiewerte ($\gamma = 0{,}69$ und 2,21) und Kernladungen ($Z =$ 26, 50 und 84) beschränkt waren, haben sowohl DAVISSON und EVANS[13]) als auch WHITE[14]) versucht, mit möglichst glattem Übergang in die Formeln von SAUTER-STOBBE ($\gamma \ll 1$) bzw. jene von HALL ($\gamma \gg 1$), zahlreiche Zwischenwerte zu interpolieren. Dass die Interpolationen mit beträchtlicher Unsicherheit behaftet sind, zeigt die Gegenüberstellung der aus [13]) und [14]) für NaI(Tl) nach (14b) berechneten μ_P-Werte in Tabelle 2.

*) Ein Quant, welches ohne Energieverlust aus dem primären Strahlenbündel abgelenkt wurde, ist für die weitere Erzeugung von Szintillationen wie ein Primärquant zu betrachten. Ob seine Absorptionswahrscheinlichkeit längs des Gesamtweges im Kristall von derjenigen eines durch keine kohärente Streuung abgelenkten Primärquants im Mittel merklich abweicht, hängt von der Kristallgeometrie ab. Für $L = R$ und $\mu L < 1$ ergibt sich eine kleine Zunahme der mittleren Absorptionswahrscheinlichkeit.

Tabelle 2.

Streu- und Absorptionskoeffizienten für NaI(Tl). Ohne Berücksichtigung des Tl-Gehaltes (0,3 Mol%) würden die Photokoeffizienten μ_P um etwa 1,5% (200 keV) bis 2% (1,5 MeV) kleiner.

Energie γ (mc^2)	Streukoeffizient Klein-Nishina[11]) μ_C (cm^{-1})	Photoabsorptionskoeffizient					Primärer Photoanteil Gleichung (2) p_0
		Davisson-Evans[13])	White[14])	Victoreen[12]) Gleichung (15)	Experimenteller Wert*) Gleichung (16)	Mittel aus [12]) und [14]) μ_P (cm^{-1})	
0,2	0,462	6,27	5,07	5,52	—	5,30	92,0%
0,4	0,382	0,806	0,706	0,741	—	0,72	65,5%
0,546 Hg^{203}	0,341	0,336	0,295	0,297	0,27 $\pm$ 0,02	0,296	46,4%
0,805 Au^{198}	0,295	0,113	0,101	0,0941	0,096 $\pm$ 0,008	0,098	24,7%
1,0	0,271	0,063	0,0551	0,0494	—	0,052	16,3%
1,295 Cs^{137}	0,241	0,034	0,0300	0,0228	0,024 $\pm$ 0,003	0,0264	9,9%
1,5	0,225	0,0246	0,0214	0,0147	—	0,0181	7,4%
2,0	0,197	0,0136	0,0121	0,0063	—	0,0092	4,4%
2,18 Zn^{65}	0,188	0,0117	0,0111	0,0048	0,0054 $\pm$ 0,0014	0,0079	4,0%
2,5	0,175	0,0092	0,0083	0,0032	—	0,0058	3,2%

*) Ohne Korrektur der Kollimator-Streustrahlung und der Reichweite- und Bremsstrahlungsverluste.

Um bei diesem Vergleich keine zusätzlichen Interpolationsfehler zu begehen, haben wir den Ansatz $\tau \sim Z^a \gamma^{-b}$ mit kontinuierlicher Anpassung der Exponenten verwendet (für $Z = 53$ ist $a \approx 4$; $b \approx 2{,}85 \ldots 1{,}65$). Wesentlich einfacher würde sich die Interpolation bei Verwendung der empirischen Formel von VICTOREEN[12]) gestalten; diese liefert für NaI(Tl) den geschlossenen Ausdruck

$$\mu_P = 0{,}0506 \text{ cm}^{-1} \frac{\gamma - 0{,}0255}{\gamma^4} \tag{15}$$

welcher für $\gamma < 0{,}8$ gut mit den Daten von WHITE[14]) übereinstimmt, bei höheren Energien aber zu rasch abfällt (siehe Tabelle 2).

Nach dem Vorangehenden ist μ_C wesentlich genauer bekannt als μ_P. Wir haben daher die in Tabelle 1 angegebenen extrapolierten p_0 zur Bestimmung von

$$\mu_P = \frac{p_0}{1 - p_0} \mu_C \tag{16}$$

benützt und die Ergebnisse in Tabelle 2 aufgenommen. Diese experimentellen Werte sprechen bei den höheren Energien eher zugunsten der Formel von VICTOREEN; allerdings ist zu beachten, dass die Vernachlässigung der in § 1 erwähnten Korrekturen (d) und (e) eine scheinbare Verkleinerung der experimentellen μ_P bis zu etwa 30% erklären kann (siehe § 8). Um bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen zu erhalten, legen wir unseren weiteren Berechnungen das arithmetische Mittel aus den Formeln von VICTOREEN und WHITE zugrunde (ebenfalls in Tabelle 2 eingetragen). Die mit dem mittleren μ_P berechneten p_0-Werte sind in Fig. 8 als Grenzkurve ($L = R \to 0$) eingezeichnet.

c) *Energieverteilung des Primäreffekts.*

Bei senkrechtem Einfall von n_0 Primärquanten auf eine Schicht der Dicke L finden

$$n_P = p_0 n_A = p_0 n_0 (1 - e^{-\mu L}) \tag{17}$$

Photoabsorptionen statt; mit Hilfe von Fig. 1 und Tabelle 2 lässt sich somit die Intensität der *primären Photolinie* unmittelbar angeben.

Die Formel von KLEIN-NISHINA[11]) gibt den differentiellen Streuquerschnitt zunächst als Funktion des Streuwinkels ϑ und lautet, umgeformt nach der in § 2a eingeführten Schreibweise:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\sigma}{du} = \sigma_0 \, \Theta(u, \gamma)/(1 + u\gamma)^2 \\ \text{wobei} \quad &\Theta = 1 + u\gamma + (1 + u\gamma)^{-1} - u(2 - u); \quad \sigma_0 = 2{,}495 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Durch Auflösen von (4) nach u ergibt sich

$$u = \varepsilon'/\gamma(\gamma - \varepsilon'); \quad du = d\varepsilon'/(\gamma - \varepsilon')^2. \tag{19}$$

Setzt man dies in (18) ein, so erhält man den Wirkungsquerschnitt pro Energieintervall als Funktion der Elektronenenergie:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon'} = \frac{\sigma_0}{\gamma^2}\left[2 + \varepsilon' \frac{\varepsilon'(\gamma+1)^2 - \gamma(\varepsilon'^2 + 2\gamma)}{\gamma^2(\gamma-\varepsilon')^2}\right], \quad 0 \leqslant \varepsilon' \leqslant \frac{2\gamma^2}{2\gamma+1}. \tag{20}$$

Um die graphische Interpolation für beliebige Primärenergie zu erleichtern, wurde in Fig. 2 nicht $d\sigma/d\varepsilon'$ als Funktion von ε', sondern $\gamma(d\sigma/d\varepsilon')$ gegen ε'/γ aufgetragen*).

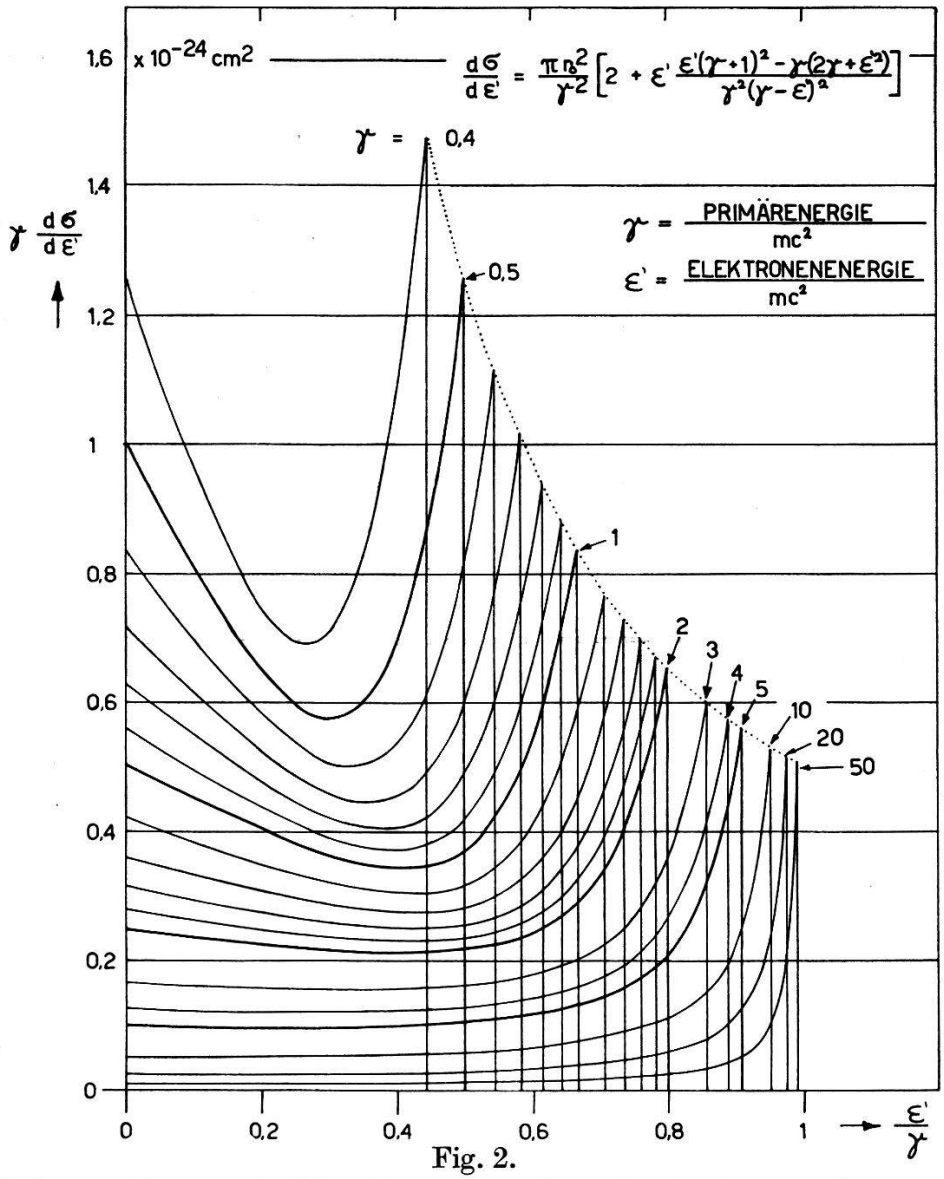

Fig. 2.

Primärer Compton-Effekt: Energieverteilung der Rückstosselektronen.

*) In der entsprechenden Fig. 1 der vorläufigen Mitteilung[6]) sollten die Ordinaten mit 0,52 (MeV/mc²) multipliziert werden. Ferner ist die fehlerhaft eingezeichnete Formel gemäss Gleichung (20) zu korrigieren.

Die von n_0 einfallenden Quanten erzeugte Anzahl *primärer Compton-Streuungen* pro Energieintervall

$$\frac{dn_C'}{d\varepsilon'} = n_0 \frac{NZ}{\mu\gamma} (1 - e^{-\mu L}) \cdot \left(\gamma \frac{d\sigma}{d\varepsilon'}\right) \tag{21}$$

lässt sich nun mit Hilfe von Fig. 1 (Werte von $1 - e^{-\mu L}$), Tabelle 2 ($\mu = \mu_C + \mu_P$) und Fig. 2 [$\gamma(d\sigma/d\varepsilon')$] leicht berechnen; NZ beträgt $0{,}944 \cdot 10^{24}$ cm^{-3} für NaI(Tl).

d) *Einfluss der Energieauflösung auf die Amplitudenverteilung.*

Die für das Auflösungsvermögen massgebenden Daten, wie Lichtausbeute des Szintillationskörpers, Wirkungsgrad des Lichtleiters, Elektronenausbeute der Photokathode, Absaugwirkungsgrad und statistische Schwankungen der Elektronenvervielfachung lassen sich — sofern die gesammelte Lichtmenge nicht vom Ort der Energieumsetzung abhängt — in einen wenig energieabhängigen Parameter*) zusammenfassen:

$$\alpha = \frac{\text{Anzahl Photoelektronen}}{\text{mc}^2 \text{ umgesetzter Quantenenergie}}.$$

Eine *Photolinie* der Energie γ wird zu der Glockenkurve

$$\frac{dn_P}{d\varepsilon} = n_P \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi\gamma}}\, e^{-(\gamma-\varepsilon)^2 \frac{\alpha}{2\gamma}} \tag{22}$$

auseinandergezogen, mit einer vollen Halbwertsbreite von

$$\Delta\varepsilon_{1/2} = 2{,}35 \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}}. \tag{23}$$

Bei gegebener Gesamtzahl der Photostösse (n_P nach (17), oder n_P^* nach (7), bzw. Fig. 6 und 7) ist daher die Maximalhöhe der experimentell zu erwartenden Verteilung zu berechnen aus

$$\left(\frac{dn_P}{d\varepsilon}\right)_{\max} = 0{,}399\, n_P \sqrt{\frac{\alpha}{\gamma}} = 0{,}940 \frac{n_P}{\Delta\varepsilon_{1/2}}. \tag{22a}$$

Mit ausgesuchten Photoröhren erreicht man Halbwertsbreiten[17][22]), die nach (23) einer Ausbeute der Grössenordnung $\alpha = 1000/\text{mc}^2$ entsprechen.

Wird die *Compton-Verteilung* mit einer entsprechenden Gaussschen Funktion, deren Breite hier proportional $\sqrt{\varepsilon'}$ variiert, ver-

*) Eine detaillierte Diskussion der verschiedenen Beiträge an die Streuung der Impulsamplituden findet man in [16]).

breitert, so ändert sich der Verlauf links vom Maximum nicht wesentlich, wie aus dem in Fig. 3 eingetragenen Beispiel ($\gamma = 1$) ersichtlich ist. Die theoretische Verteilung (gestrichelt; aus Fig. 2 entnommen) geht für $\alpha = 232$, bzw. $\Delta\varepsilon_{\frac{1}{2}} = 0{,}155$ in die ausgezogene Kurve über. Für beliebiges α innerhalb $100/\gamma < \alpha < 2000$ kann man aus den Nomogrammen Lage und Höhe des verbreiterten Maximums ablesen und die Tangente an der Stelle $\varepsilon_1' = 2\,\gamma^2/(2\,\gamma+1)$ (theoretische Kante) konstruieren.

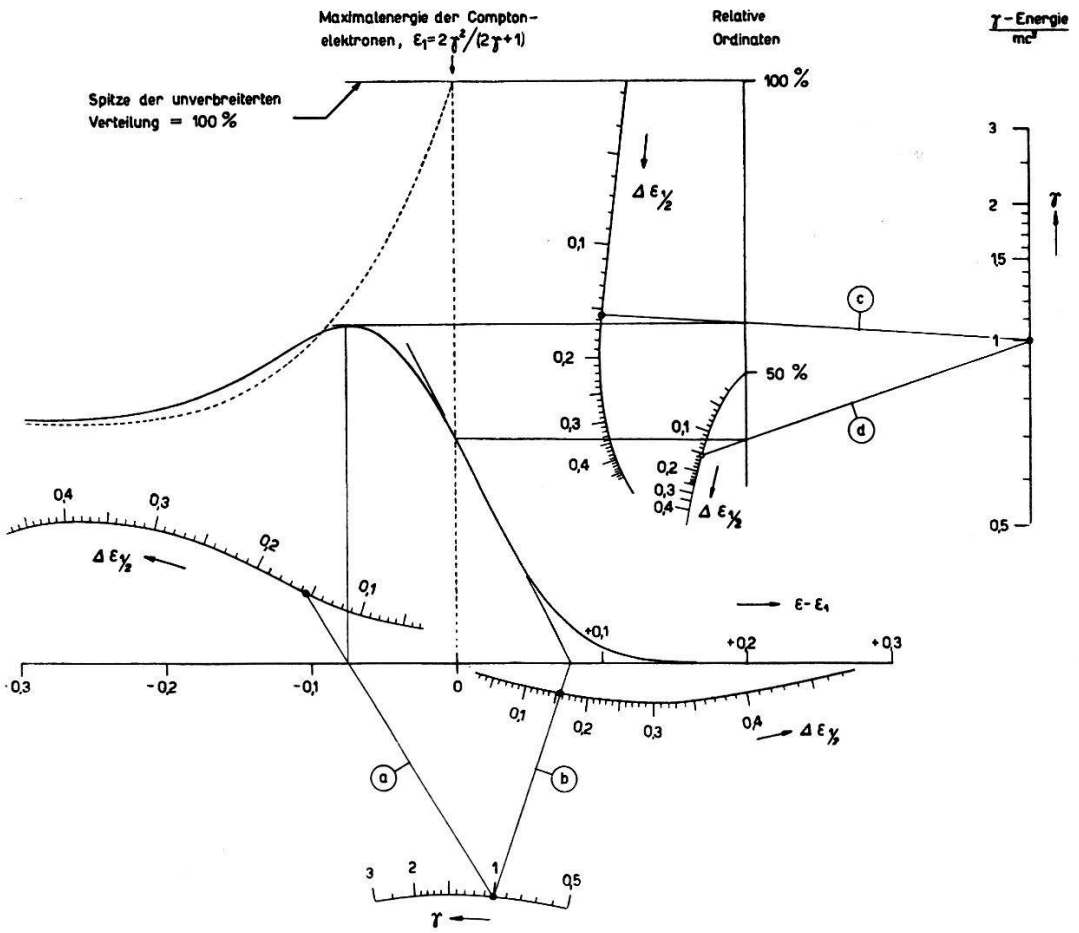

Fig. 3.

Verbreiterte Compton-Verteilung in der Umgebung der theoretischen Kante.

Damit ist die „primäre Linienform" vollständig bestimmt; sie ist als Grenzfall ($L = R \to 0$) in Fig. 6 und 7 eingezeichnet und stellt für nicht zu grosse Kristalle eine brauchbare Näherung dar, falls man die Flächenverhältnisse $n_P : n_C$ jeweils den unter Berücksichtigung der Sekundäreffekte berechneten p^*-Werten (§ 5) anpasst. In diesem Sinne genügt zu einer summarischen Charakterisierung der wahren Linienformen auch schon die blosse Angabe des effektiven Photoanteils p^* (Fig. 8).

§ 4. Linienform für unendlich grossen Kristall.

a) *Primärer Anteil.*

Bei sehr grosser Kristalldicke (d.h. $\mu L \gg 1$) ist $n_A = n_0$, $n_E = 0$, und der Primärbeitrag an (7) wird $n_P = p_0 n_0$. Falls die n_0 Primärquanten senkrecht zur Kristalloberfläche einfallen, so werden aus der Schicht $x \ldots x + dx$ ($x = 0$ auf der Oberfläche, > 0 im Innern)

$$d\,\delta n'_C = n_0 c e^{-\mu x} dx \frac{\Theta(u,\gamma)}{(1+u\gamma)^2} \delta u\,. \tag{24}$$

Sekundärquanten in Richtung $u \ldots u + \delta u$ emittiert (vgl. (18)), wobei $c = \sigma_0 NZ = 0{,}2355\ \mathrm{cm}^{-1}$ für NaI(Tl). Hiervon entweicht der Teil

$$d\,\delta n'_E = \eta e^{-\frac{\mu'}{u-1} x} d\,\delta n'_C, \quad \text{mit } \eta = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leqslant u \leqslant 1 \\ 1 & 1 \leqslant u \leqslant 2 \end{cases}. \tag{25}$$

Nach Einsetzen von (24) liefert die Integration über $x = 0 \ldots \infty$

$$\delta n'_E = n_0 \frac{c}{\mu} \frac{\eta \mu (u-1)}{\mu' + \mu(u-1)} \frac{\Theta(u,\gamma)}{(1+u\gamma)^2} \delta u \tag{26}$$

oder, unter Berücksichtigung von (19),

$$\boxed{\begin{gathered} \frac{dn'_E}{d\varepsilon^*} = n_0 \frac{c}{\mu} \frac{\eta \mu (u-1)}{\mu' + \mu(u-1)} \frac{\Theta(u,\gamma)}{\gamma^2} \\ \text{an der Stelle } \varepsilon' = \varepsilon^* = \frac{u\gamma^2}{1+u\gamma}, \quad 0 \leqslant u \leqslant 2 \end{gathered}} \tag{27}$$

womit das Primärglied in (8) als Funktion von u dargestellt ist.

b) *Sekundärer Anteil.*

Der *nicht* entweichende Teil von $d\delta n'_C$ wird ebenfalls über x integriert; man erhält

$$\delta n'_A = n_0 \frac{c}{\mu} \left[1 - \frac{\eta \mu (u-1)}{\mu' + \mu(u-1)}\right] \frac{\Theta(u,\gamma)}{(1+u\gamma)^2} \delta u\,. \tag{26a}$$

Nach Multiplikation mit p'_0 liefert eine numerische Integration über $u = 0 \ldots 2$ den sekundären Photobeitrag (2. Glied in (7)); μ' und p'_0 sind aus Tabelle 2 für $\gamma' = \gamma/(1 + u\gamma)$ zu interpolieren. Der Rest der $\delta n'_A$ Streuquanten erfährt sekundäre Compton-Streuungen; dabei erzeugen sie in der Schicht $x' \ldots x' + dx'$ (siehe Fig. 4)

$$d\,\delta^2 n''_C = n_0 \frac{c^2 e^{-\mu x'} dx'}{\mu' + \mu(u-1)} \left[1 + (\eta - 1) e^{\frac{\mu' + \mu(u-1)}{u-1} x'}\right] \frac{\Theta \Theta' \delta u\, \delta u'}{(1+(u+u')\gamma)^2} \tag{28}$$

Tertiärquanten, deren Ablenkungswinkel dem Bereich $u' \ldots u' + \delta u'$ entsprechen. Über x wurde hier, je nachdem $u \lesseqgtr 1$, von $0 \ldots x'$

bzw. von $x' \ldots \infty$ integriert; ferner ist zur Abkürzung $\Theta(u,\gamma) = \Theta$, $\Theta(u', \gamma') = \Theta'$ gesetzt.

Zur weiteren Unterteilung in $\delta^2 n''_A$ und $\delta^2 n''_E$ ist zunächst die azimutale Verteilung der Tertiäremission[18]) zu berücksichtigen:

$$d\,\delta^3 n''_C = d\,\delta^2 n''_C \frac{\delta\psi}{2\pi}\left[1 + \frac{u(2-u)}{\Theta}\,\frac{u'(2-u')}{\Theta'}\cos 2\,\psi\right] \tag{29}$$

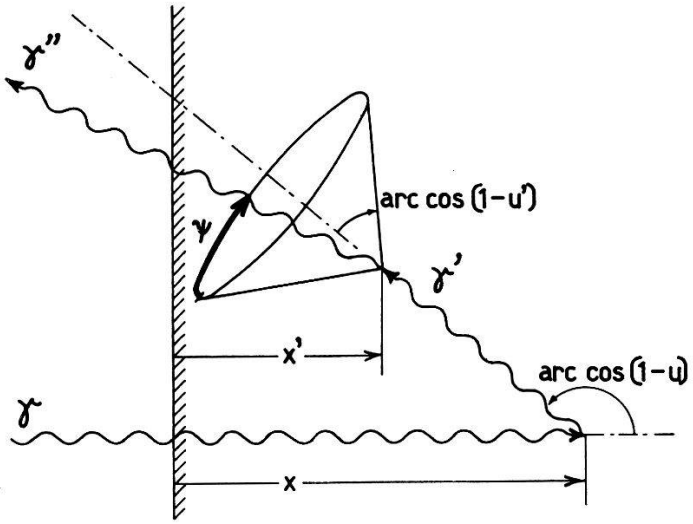

Fig. 4.

Berechnung der Absorption der Sekundär- und Tertiärstrahlungen.

wobei $\psi = 0$ einer Emission in der durch γ und γ' gelegten Ebene entspricht (Fig. 4). Je nach dem Azimut ψ beträgt der von einem Tertiärquant im Kristall zu durchlaufende Weg:

$$l'' = \left\{\begin{array}{ll} \infty\,, \quad \text{für} & +\psi_1 \leqslant \psi \leqslant 2\pi - \psi_1 \\ \dfrac{x'}{\sqrt{u(2-u)\,u'(2-u')}}\;\dfrac{1}{\cos\psi - \cos\psi_1}\,, & -\psi_1 \leqslant \psi \leqslant +\psi_1 \end{array}\right\} \tag{30}$$

mit

$$\psi_1 = \text{arc cos}\,\frac{(1-u)\,(1-u')}{\sqrt{u(2-u)\,u'(2-u')}}\,. \tag{31}$$

Von den $d\delta^2 n''_C$ Tertiärquanten entweicht daher der Teil

$$d\,\delta^2 n''_E = \frac{1}{\pi}\,d\,\delta^2 n''_C \int_0^{\psi_1}\left[1 + \frac{u(2-u)}{\Theta}\,\frac{u'(2-u')}{\Theta'}\cos 2\,\psi\right] e^{-\mu'' l''(x',\psi)}\,d\psi\,.$$

Nach Einsetzen von (28) liefert die Integration über $x' = 0 \ldots \infty$

$$\delta^2 n''_E =$$

$$\frac{n_0\,c^2}{\mu\,\mu'}\,\frac{\mu'\,\Psi(\psi_1, a, b) + (1-\eta)\,\mu\,(u-1)\,\Psi(\psi_1, a, b')}{\mu' + \mu\,(u-1)}\,\frac{u(2-u)\,u'(2-u')\,\delta u\,\delta u'}{(1+(u+u')\,\gamma)^2} \tag{32}$$

wobei zur Abkürzung

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{\Theta}{u(2-u)}\frac{\Theta'}{u'(2-u')} - 1\right)$$

$$b = \frac{\mu''}{\mu\sqrt{u(2-u)\,u'(2-u')}}\,; \qquad b' = \frac{\mu(1-u)}{\mu'}\,b$$

$$\Psi(\psi_1, a, b) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\psi_1}(a + \cos^2\psi)\,\frac{\cos\psi_1 - \cos\psi}{\cos\psi_1 - \cos\psi - b}\,d\psi$$

gesetzt ist (η bzw. ψ_1 siehe (25), (31)).

Integration über ψ ergibt

$$\Psi = \frac{\psi_1}{\pi}\left(1+2a+2b(b-\cos\psi_1)\right) - \frac{\sin\psi_1}{\pi}(2b-\cos\psi_1) +$$

$$\frac{2b}{\pi}\,\frac{a+(b-\cos\psi_1)^2}{\sqrt{1-(b-\cos\psi_1)^2}}\cdot\ln\frac{b}{b\cos\psi_1+\sin\psi_1\left[\sin\psi_1+\sqrt{1-(b-\cos\psi_1)^2}\right]}. \tag{33}$$

Bei gegebener Primärenergie γ ist (33) eindeutig durch u und u' festgelegt. Wir haben für eine grosse Zahl von u, u'-Wertepaaren den folgenden Ausdruck:

$$X(u, u', \gamma) =$$

$$\frac{\mu}{\mu'}\,u(2-u)\,u'(2-u')\,\frac{\mu'\Psi(\psi_1, a, b) + (1-\eta)\,\mu\,(u-1)\,\Psi(\psi_1, a, b')}{\mu' + \mu(u-1)} \tag{34}$$

numerisch ausgewertet, womit sich (32) abkürzt zu

$$\delta^2 n''_E = \frac{n_0 c^2}{\mu^2}\,X(u, u', \gamma)\,\frac{\delta u\,\delta u'}{[1+(u+u')\gamma]^2}. \tag{35}$$

Unter Berücksichtigung der Nebenbedingung $\varepsilon'' = \varepsilon^* - \varepsilon'$, welche sich mit Hilfe von (6) auch

$$u' = v - u, \qquad \text{mit} \qquad \varepsilon^* = \frac{v\gamma^2}{1+v\gamma} \tag{36}$$

schreiben lässt, wird (34) eine Funktion von u allein (mit ε^* bzw. v als Parameter). Ersetzt man $\delta u'$ durch

$$\delta u' = \left(1 + (u+u')\,\gamma\right)^2 \delta\varepsilon''/\gamma^2$$

(vgl. (4a) und (19)) und integriert über alle u-Werte, welche sowohl mit $0 \leqslant u \leqslant 2$ als auch mit (36) und $0 \leqslant u' \leqslant 2$ verträglich sind, so erhält man das Sekundärglied in (8):

$$\boxed{\begin{gathered}\frac{dn''}{d\varepsilon^*} = n_0\left(\frac{c}{\mu\gamma}\right)^2\int_{\mathrm{Max}(0;\,v-2)}^{\mathrm{Min}(2;\,v)} X(u, v-u, \gamma)\,du \\ \text{an der Stelle}\quad \varepsilon' + \varepsilon'' = \varepsilon^* = \frac{v\gamma^2}{1+v\gamma}, \qquad 0 \leqslant v \leqslant 4.\end{gathered}} \tag{37}$$

c) *Anteile dritter und höherer Ordnung.*

Der *nicht* entweichende Anteil von $d\delta^2 n_C''$ lautet, integriert über $x' = 0 \ldots \infty$:

$$\delta^2 n_A'' =$$

$$\frac{n_0 c^2}{\mu \mu'} \left\{ \frac{\mu' + (1-\eta)\,\mu\,(u-1)}{\mu' + \mu\,(u-1)}\, \Theta\, \Theta' - \frac{\mu'}{\mu}\, X(u, u', \gamma) \right\} \frac{\delta u\, \delta u'}{[1 + (u+u')\,\gamma]^2} \tag{32a}$$

oder weiter abgekürzt:

$$\delta^2 n_A'' = \frac{n_0 c^2}{\mu^2}\, Y(u, u', \gamma)\, \frac{\delta u\, \delta u'}{[1 + (u+u')\,\gamma]^2}\,. \tag{35a}$$

Nach Multiplikation mit

$$p_0'' = p_0 \left(\frac{\gamma}{1 + (u+u')\,\gamma} \right)$$

und Integration über u, u' ergäbe sich nun der 3. Term in (7); da wir die Rechnung aber mit diesem Gliede abbrechen, so ist hier das in § 2b erläuterte Schrankenverfahren anzuschliessen. Man erhält folgende Eingrenzung ($\delta n_A'/\delta u$ siehe (26a)):

$$\frac{c^2}{\mu^2} \int_0^2 \int_0^2 p_0'' \frac{Y\, du\, du'}{(1 + (u+u')\,\gamma)^2} < p_\infty^* - p_0 -$$

$$\frac{1}{n_0} \int_0^2 p_0' \left(\frac{\delta n_A'}{\delta u} \right) du < \frac{c^2}{\mu^2} \int_0^2 \int_0^2 \frac{Y\, du\, du'}{(1 + (u+u')\,\gamma)^2}\,. \tag{38}$$

Aus den in Tabelle 3 angegebenen numerischen Ergebnissen bei einmaliger Durchführung des Verfahrens lassen sich die wahren Werte des effektiven Photoanteils zunächst auf etwa 10% genau extrapolieren. Mit diesen provisorischen Werten p_∞^*, genommen an den Stellen $\gamma'' = \gamma/[1 + (u + u')\,\gamma]$, wird (35a) multipliziert und wieder über u, u' integriert; man erhält einen verbesserten Wert von $n_{P,\infty}^*$ und hieraus den definitiven Photoanteil p_∞^* an der Stelle γ. Bei dem in Tabelle 3 eingetragenen gewogenen Mittelwert ist noch folgende Korrektur berücksichtigt: Da die meisten Primärstreuungen innerhalb einer Kristallschicht $0 \leqslant x < 1/\mu$ stattfinden, sind die geometrischen Verhältnisse für seitwärts bzw. rückwärts gestreute Quanten ($u = 1$, bzw. 2) jenen in einem endlichen Kristall vom Radius $R \approx 2/\mu$, bzw. einem solchen der Länge $L \approx 1/\mu$ vergleichbar. Zur Berechnung des Restgliedes in (7) setzt man daher nicht durchwegs die für ∞ grossen Kristall gültigen $p_\infty^*(\gamma'')$, sondern die aus Fig. 8 für $R = L = 2/\mu u$ abzulesenden $p_R^*(\gamma'')$ ein (vgl. (39), (40)).

Tabelle 3.

$p^*_\infty = n^*_{P_\infty}/n_0$ = relative Anzahl der Impulse in der Photospitze, für unendlich grossen Kristall; Schranken berechnet nach (38) für NaI(Tl).

Energie (mc^2)	0,5	1	2
Primärer Photoanteil p_0 (%). . .	51,8	16,3	4,4
Untere Schranke } für p^*_∞ (%) .	95	75	56
Obere Schranke } für p^*_∞ (%) .	99	97	94
Gewogenes Mittel } für p^*_∞ (%) .	97	92	83

Damit ist der Anteil an Tertiärquanten, welcher (unter Berücksichtigung der Absorption von Streuquanten höherer Ordnung) Anlass zu Impulsen der Photospitze gibt, hinreichend genau festgelegt. Die übrigen Tertiärquanten, also

$$[1 - p^*_{R=2/\mu u}(\gamma'')] \cdot \delta^2 n''_A$$

liefern Energiebeiträge, die annähernd gleichmässig zwischen

$$0 \leqslant \varepsilon''' \leqslant \varepsilon'''_{\max} = \frac{2\gamma''^2}{1+2\gamma''} = \frac{2\gamma^2}{[1+(u+u')\gamma][1+(u+u'+2)\gamma]}$$

verteilt sind (vgl. § 2, Ansatz (9)). Integration über alle u, u'-Werte, die sowohl mit $0 \leqslant u \leqslant 2$, $0 \leqslant u' \leqslant 2$ als auch mit der Nebenbedingung

$$w \geqslant u + u' \geqslant w - 2, \quad \text{mit } \varepsilon^* = \frac{w\gamma^2}{1+w\gamma}$$

verträglich sind, ergibt nun das Restglied in (8):

$$\frac{dn'''_E}{d\varepsilon^*} = n_0 \left(\frac{c}{\mu\gamma}\right)^2 \int\limits_{\mathrm{Max}(0;\, w-4)}^{\mathrm{Min}(2;\, w)} du \int\limits_{\mathrm{Max}(0;\, w-u-2)}^{\mathrm{Min}(2;\, w-u)} \left(\gamma'' + \frac{1}{2}\right) [1 - p^*_{R=2/\mu u}(\gamma'')] Y(u, u', \gamma)\, du' \tag{39}$$

an der Stelle $\varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' = \varepsilon^* = \dfrac{w\gamma^2}{1+w\gamma}$, $0 \leqslant w \leqslant 6$.

d) *Zusammenfassung.*

Mit Hilfe der in Fig. 8 dargestellten effektiven Photoanteile $p^*_R(\gamma)$ erhält man ein in sich geschlossenes Rechenschema, sowohl für die *Photospitze:*

$$\left.\begin{aligned} n^*_{P,\infty} = n_0 p_0(\gamma) &+ n_0 \frac{c}{\mu} \int\limits_0^2 p_0(\gamma') \left[1 - \frac{\eta\mu(u-1)}{\mu' + \mu(u-1)}\right] \frac{\Theta(u,\gamma)}{(1+u\gamma)^2}\, du \\ &+ n_0 \left(\frac{c}{\mu}\right)^2 \int\limits_0^2 \int\limits_0^2 p^*_{R=2/\mu u}(\gamma'') \frac{Y(u, u', \gamma)}{(1+(u+u')\gamma)^2}\, du\, du' \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

als auch für die *Compton-Verteilung:*

$$\frac{dn^*_{C,\infty}}{d\varepsilon^*} = \left\{ \begin{array}{ll} (27)+(37)+(39), & \text{für } \varepsilon^*/\gamma(\gamma-\varepsilon^*) = 0\ldots 2 \\ (37)+(39), & 2\ldots 4 \\ (39), & 4\ldots 6 \end{array} \right\} \tag{41}$$

in welchem Streuungen höherer als 3. Ordnung näherungsweise berücksichtigt sind. In die Ausdrücke (27), (37), (39) ist jeweils $\varepsilon^*/\gamma(\gamma-\varepsilon^*)$ für u bzw. v bzw. w einzusetzen; Θ, η, Y gemäss (18), (25), (35a), $c = \sigma_0 NZ$.

Die anfangs nur roh abgeschätzten p^*-Werte (vgl. (38)) treten bloss in den relativ kleinen Gliedern 3. Ordnung auf und verursachen daher bei der nochmaligen Durchrechnung mittels (40) keinen merklichen Fehler mehr. Die numerischen Ergebnisse sind in Fig. 6, 7 und 8 eingetragen.

§ 5. Linienform für zylindrische Kristalle bei idealer Kollimation.

a) *Formelsystem.*

In Anbetracht der ausführlichen Darstellung des analogen Rechnungsganges in § 4 beschränken wir uns hier auf die Wiedergabe der Endformeln; wegen der bei endlicher Kristallgrösse komplizierteren Berechnung der Entweich- und Absorptionswahrscheinlichkeiten brechen wir die Entwicklungen im vorliegenden Fall schon nach 2 Gliedern ab und erhalten

$$n^*_P = p_0\, n_0\,(1-e^{-\mu L}) + \frac{n_0\, c}{\mu}\int_0^2 p^{*\prime} H(u,\gamma)\,\frac{\Theta(u,\gamma)}{(1+u\gamma)^2}\,du \tag{42}$$

$$\frac{dn^*_C}{d\varepsilon^*} = \frac{n_0\, c}{\mu\gamma^2}\left\{ \begin{array}{l} [G\Theta]_{u=v(\leqslant 2)} + \displaystyle\int_{\mathrm{Max}(0,\,v-2)}^{\mathrm{Min}(2,\,v)} \left(\gamma' + \frac{1}{2}\right)(1-p^{*\prime})\,H\Theta\,du \\ 0 \text{ (falls } v > 2) \end{array} \right\} \tag{43}$$

an der Stelle $\varepsilon^* = v\gamma^2/(1+v\gamma)$, $0 \leqslant v \leqslant 4$.

Die geometrieabhängigen Faktoren G und H sind proportional den über die Kristallänge gemittelten Entweich- und Absorptionswahrscheinlichkeiten für die Sekundärquanten. Bei scharfer Kollimation, d.h. Einstrahlung nur auf der Achse eines zylindrischen Kristalls vom Radius R und der Länge L, betragen sie

$$G_0(u,\gamma,L,R) =$$

$$e^{-\mu' \Lambda}\left\{ \begin{array}{ll} 1 - e^{-\mu L}\,\dfrac{\mu' e^{-\mu(u-1)\Lambda} + \mu(u-1)\,e^{\mu'\Lambda}}{\mu' + \mu(u-1)}, & \text{für } 0 \leqslant u \leqslant 1 \\ \dfrac{\mu' e^{-\mu(u-1)\Lambda} + \mu(u-1)\,e^{\mu'\Lambda}}{\mu' + \mu(u-1)} - e^{-\mu L}, & 1 \leqslant u \leqslant 2 \end{array} \right\} \tag{44}$$

$$H_0(u, \gamma, L, R) = 1 - e^{-\mu L} - G_0(u, \gamma, L, R) \tag{45}$$

wobei zur Abkürzung die stetige Variable

$$\Lambda = \begin{cases} L/(1-u) \quad , & \text{für } 0 \leqslant u \leqslant u_1 = 1 - \dfrac{L}{\sqrt{L^2+R^2}} \\ R/\sqrt{u(2-u)}, & u_1 \leqslant u \leqslant 2 - u_1 \\ L/(u-1) \quad , & 2 - u_1 \leqslant u \leqslant 2 \end{cases} \tag{46}$$

eingeführt wurde.

Der in (42), (43) einzusetzende, bei der Absorption der Sekundärquanten wirksame Photoanteil $p^{*\prime}$ ist kleiner als der für Primärstrahlen bei der Energie γ' unter idealer Kollimation geltende Photoanteil. Die Abweichung ist am grössten bei $u = 1$, während bei

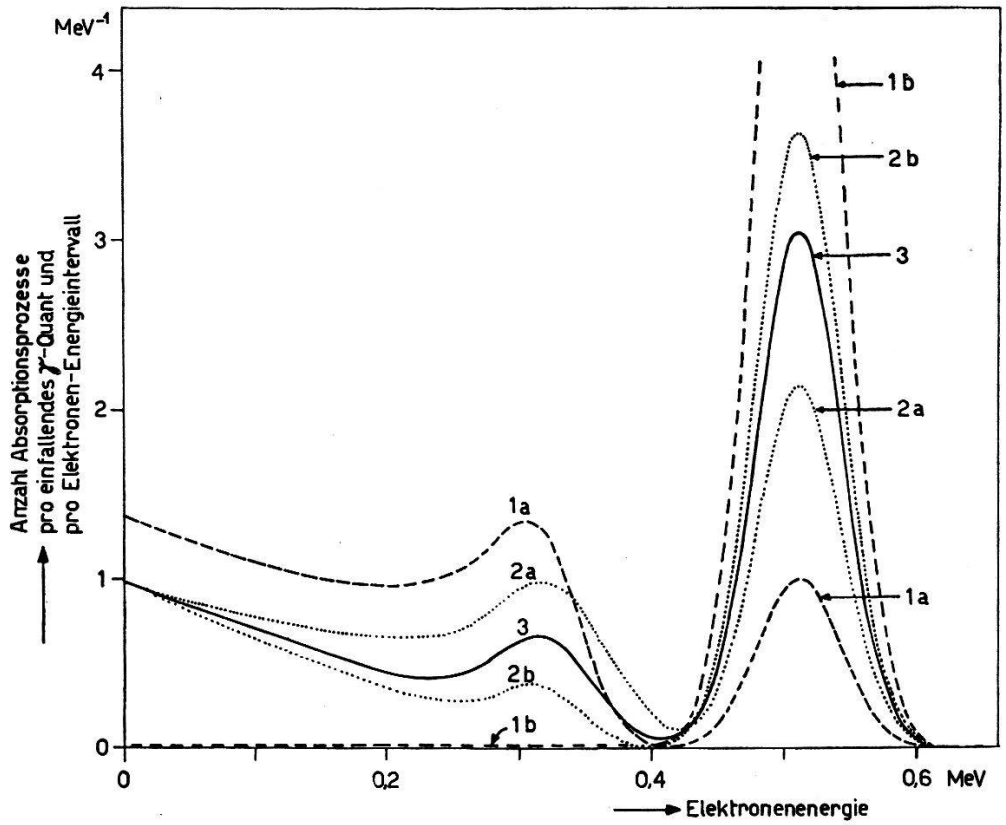

Fig. 5.
Sukzessive Schranken bei der Berechnung der theoretischen Amplitudenverteilung für γ-Strahlen von 511 keV. $L = R = 2$ cm, ideale Kollimation.

$u \to 0$ oder 2 ähnliche geometrische Bedingungen wie für die Primärstrahlen herrschen. Für Sekundärstrahlen mit $u = 1$, die an der Kristalloberfläche emittiert werden, wird die Tertiär-Absorptionswahrscheinlichkeit nur rund die Hälfte des nach (44), (45) (für $\gamma/(1+\gamma)$ an Stelle von γ, u' an Stelle von u) erhältlichen Wertes erreichen. Mittelung über u' und über alle Kristallschichten ergibt

einen zusätzlichen Faktor von etwa 1/4 für die bei $p^{*\prime}$ anzubringende Korrektur. Wir haben daher

$$p^{*\prime} \approx p_0^*(\gamma') - \frac{u(2-u)}{8}\left[p_0^*(\gamma') - p_0(\gamma')\right] \tag{47}$$

in (42), (43) eingesetzt; der Index 0 bringt zum Ausdruck, dass — bei fester Kristallgrösse — die p_0^* für ideale Kollimation (d.h. $r \to 0$, vgl. § 6) konsistent sein sollen: die gemäss (47) in den Integranden von (42) eingesetzten p_0^* (γ') müssen für $\gamma' \to \gamma$ stetig in den nach der Integration mittels (11), (12) erhältlichen Wert p_0^* (γ) übergehen.

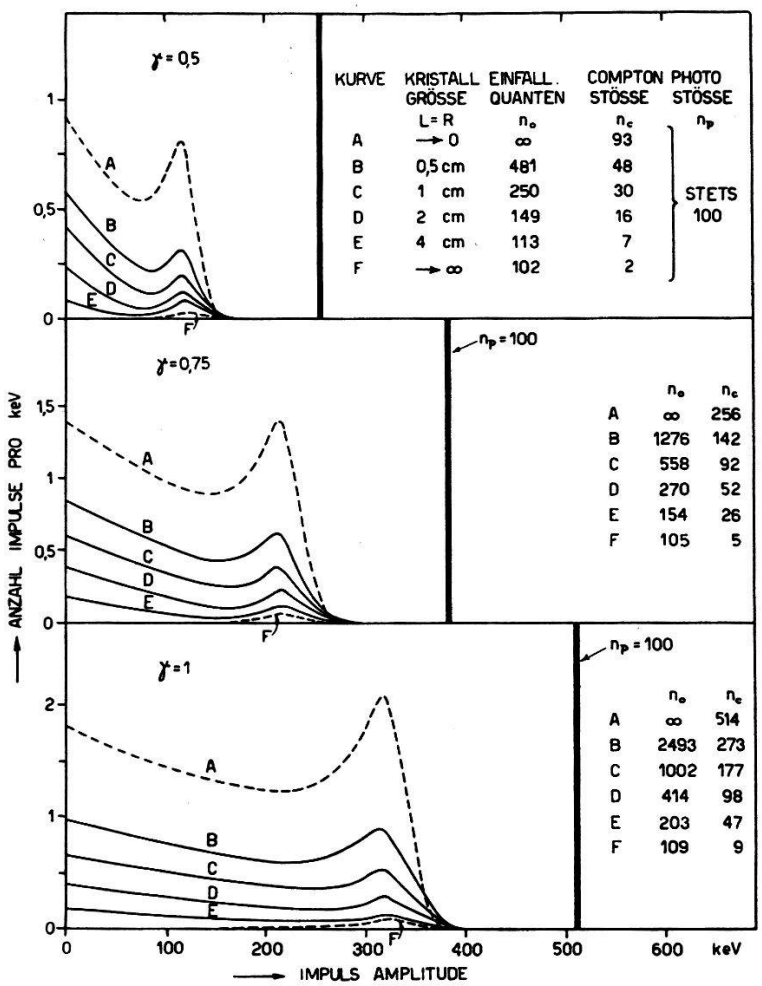

Fig. 6.
Theoretische Compton-Verteilungen für zylindrische NaI-Kristalle der Standardform ($L = R$). γ-Energien 255, 383, 511 keV.

b) *Ergebnisse für Kristalle mit $L = R$.*

Wir haben $L = R$ als Standardform gewählt und diesen Fall für verschiedene Kristallgrössen ($L = 0{,}5$; 1; 2; 4 cm) durchgerechnet. Zunächst sind für $\gamma = 0{,}25$ die $p^{*\prime}$ von vornherein ziemlich genau bekannt ($> 90\%$), so dass man aus (42) sogleich p_0^* (0,25) erhält.

Für $\gamma = 0{,}5$ und anschliessend für immer höhere Energien bis $\gamma = 2{,}5$ haben wir jeweils das Schrankenverfahren durchgeführt, um die effektiven Photoanteile zu bestimmen. Als Beispiel zeigt Fig. 5 die nacheinander erhaltenen Amplitudenverteilungen im Falle $\gamma = 1$,

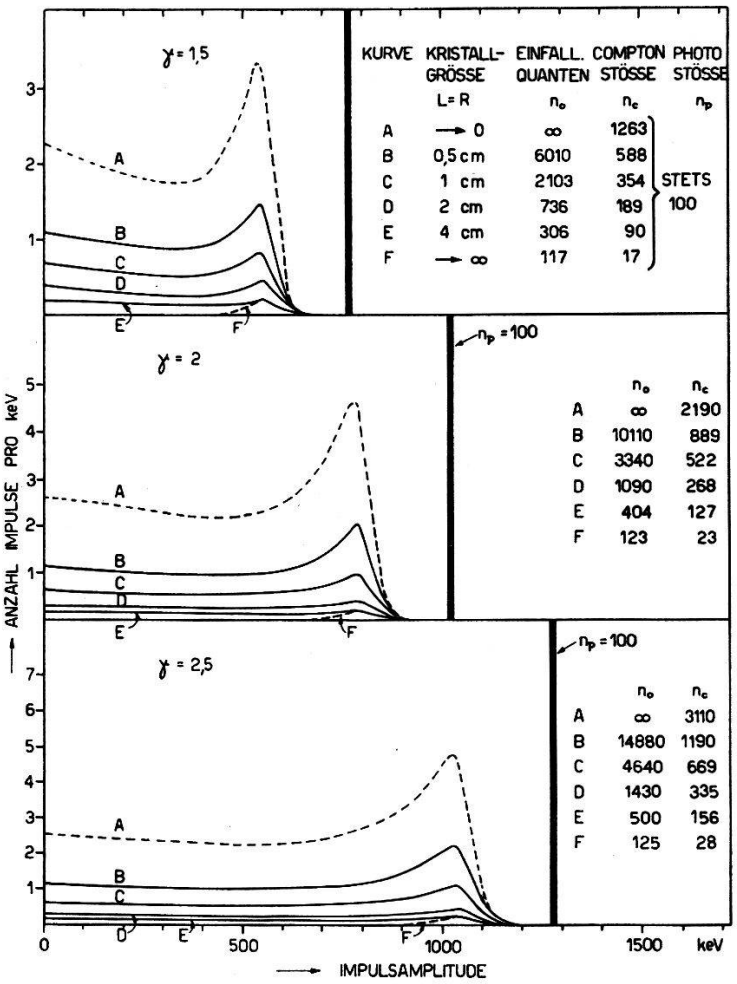

Fig. 7.

Theoretische Comptonverteilungen für zylindrische NaI-Kristalle der Standardform ($L = R$). 0,766, 1,022, 1,28 MeV.

$L = R = 2$ cm, unter Berücksichtigung einer experimentellen Verbreiterung mit $\alpha = 250/\mathrm{mc}^2$ (vgl. § 3d). Ausgehend von den gestrichelten Kurven:

1a = Primäreffekt ($p_0 = 16{,}3\,\%$, Sekundäreffekt vernachlässigt),

1b = reine Photolinie ($p_0 = 100\,\%$, Sekundäreffekt überschätzt),

erhält man als neue Schranken die punktiert eingezeichneten Kurven:

2a = minimale Sekundärbeiträge ($p^{*\prime} = p_0(\gamma')$, Tertiäreffekt vernachlässigt),

2b = maximale Sekundärbeiträge ($p^{*\prime} = 100\,\%$, Tertiäreffekt überschätzt).

Die beim nächsten Schritt erhältlichen Verteilungen:

3a, b = minimale bzw. maximale Tertiärbeiträge

unterscheiden sich hinsichtlich der Photospitzen nur noch um 10% voneinander; wir haben darum der Übersichtlichkeit halber nur ihren Mittelwert eingezeichnet (Kurve 3).

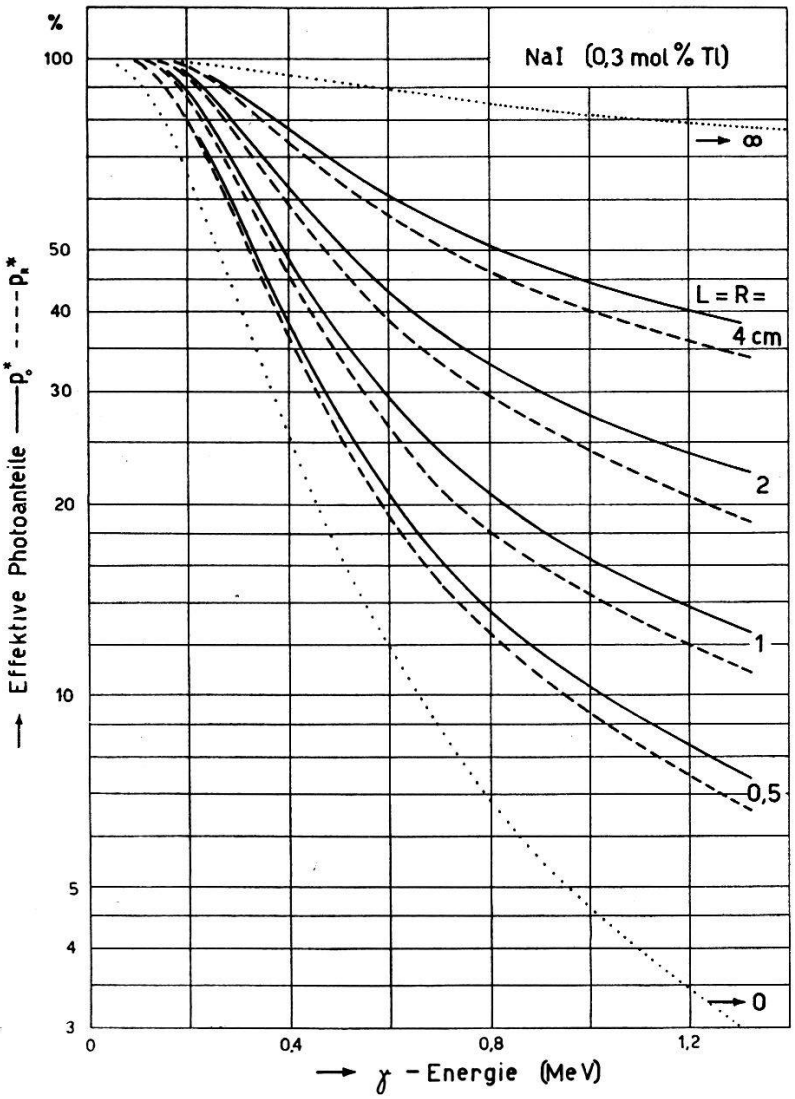

Fig. 8.

Effektiver Photoanteil für zylindrische Kristalle der Standardform ($L = R$).
——— Ideale Kollimation. – – – – Schlechte Kollimation.

Für 6 verschiedene γ-Energien sind die Ergebnisse in den Fig. 6 und 7 mit der Kristallgrösse als Parameter dargestellt. Die hier gewählte Verschmierungsbreite entspricht $\alpha = 500/mc^2$; falls das experimentelle Auflösungsvermögen hiervon abweicht, so lässt sich die relative Änderung der Kurvenform in der Nähe der Compton-Kante mit Hilfe von Fig. 3 abschätzen (quantitativ gilt Fig. 3 nur für den Primäreffekt). An Stelle der verbreiterten Photospitze haben wir in Fig. 6 und 7 jeweils eine scharfe Linie eingezeichnet und da-

für die Gesamtzahl der Photostösse angegeben (stets $n_P^* = 100$), so dass man bei bekannter Linienbreite die Maximalhöhe aus (22a) erhält.

Zur Erleichterung der Interpolation für andere γ-Energien und Kristallgrössen sind in Fig. 8 sämtliche berechneten p_0^*-Werte zusammengefasst (ausgezogene Kurven).

c) *Kristalle verschiedener Formen.*

Falls $L \neq R$, so kann man einen scheinbaren Kristallradius R_{eff} bestimmen, der beim Einsetzen in Fig. 8 den richtigen p^*-Wert liefert; z.B. wäre $\sqrt[3]{LR^2}$ zu wählen, falls gleiches Volumen zweier Kristalle dasselbe p_0^* ergäbe. Numerische Rechnungen, bei welchen wir (L/R) von 1 ... 2 und L von 1 ... 8 cm variierten, haben jedoch gezeigt, dass

$$R_{\text{eff}} \approx \sqrt{LR}$$

geringere Fehler ergibt ($< 5\%$ in bezug auf p_0^*), wenigstens bei der Energie $\gamma = 1$, auf welche diese Untersuchung beschränkt war.

Kristalle der Form $L = 2\,R$, welche mit einer axialen Bohrung von der Stirnseite bis zum Zentrum versehen sind (so dass in der ersten Hälfte des Kristalls keine Primärquanten absorbiert oder gestreut werden), liefern nach unseren Rechnungen bei $\gamma = 1$ keine wesentliche Verbesserung des effektiven Photoanteils gegenüber gleich grossen Kristallen ohne Bohrung.

§ 6. Kollimationskorrekturen.

Der Radius des γ-Strahlenbündels in der Mittelebene des Kristalls sei mit r bezeichnet. Bei praktischen Anwendungen lässt sich die in § 5 geforderte Voraussetzung $r \ll R$ nur näherungsweise realisieren. Exzentrischer Einfall der Primärstrahlung erhöht aber die mittlere Entweichwahrscheinlichkeit der Streuquanten; die hierdurch verursachte Verminderung des effektiven Photoanteils wird im vorliegenden Abschnitt rechnerisch untersucht.

a) *Effektiver Photoanteil bei schlechter Kollimation* ($r = R$).

Die ganze Stirnfläche des Kristalls wird gleichmässig von achsenparallel einfallenden Primärquanten getroffen. Der Einfluss der Exzentrizität ist für rechtwinklige Streuungen am grössten; für solche Streuquanten ($u = 1$), welche im Achsenabstand ϱ erzeugt wurden, beträgt die Entweichwahrscheinlichkeit (vgl. (44))

$$\frac{G_\varrho(1, \gamma, L, R)}{1 - e^{-\mu L}} = \begin{cases} e^{-\mu' R}\left[I_0(\mu'\varrho) + \dfrac{\varrho}{2\,R}\, I_1(\mu'\varrho)\right], & \text{für } \varrho \ll R \\ \dfrac{1}{2}\,[1 + I_0(2\,\mu' R) - L_0(2\,\mu' R)]\,, & \text{für } \varrho = R \end{cases}$$

wobei I_0, I_1 modifizierte Bessel-Funktionen[19]) und L_0 die modifizierte Lommel-Webersche Funktion nullter Ordnung[20]) bedeuten. Eine bequeme Interpolationsformel, welche beide Extremfälle befriedigend wiedergibt, lautet

$$\frac{G_\varrho(1, \gamma, L, R)}{1-e^{-\mu L}} \approx \frac{1}{2} e^{-\mu' R}\left[1 + e^{\mu' \varrho^2/R}\right]. \tag{48}$$

Mittelung über $\varrho = 0 \ldots R$ und Einsetzen in (45) liefert

$$\overline{H}_R(1, \gamma, L, R) \approx H_0(1, \gamma, L, R)\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mu' R} - \frac{1}{e^{\mu' R}-1}\right)\right].$$

Da die Korrektur für $u \to 0$ oder 2 verschwindet, haben wir

$$\overline{H}_R(u, \gamma, L, R) \approx H_0(u, \gamma, L, R)\left[1 - \frac{u(2-u)}{2}\left(\frac{1}{\mu' R} - \frac{1}{e^{\mu' R}-1}\right)\right] \tag{49}$$

an Stelle von H_0 in (42) eingesetzt, um den effektiven Photoanteil ohne Kollimation zu berechnen. In diesem Falle wird, im Gegensatz zu (47),

$$p^{*\prime} = p_R^*(\gamma')$$

gesetzt, was mit dem nach der Integration erhältlichen Wert $p_R^*(\gamma)$ konsistent sein muss, da sich beide auf *gleichmässige* Bestrahlung (d.h. $r = R$) beziehen. Die numerischen Ergebnisse sind punktiert in Fig. 8 eingetragen.

b) *Photoanteil-Korrektur als Funktion des Kollimationsradius.*

Wird (48) nur von $0 \ldots r$ ($< R$) gemittelt, so erhält man in grober Näherung eine zu r^2 proportionale Korrektur. Wir setzen daher

$$p_r^* \approx p_0^* - \left(\frac{r}{R}\right)^2 (p_0^* - p_R^*) \tag{50}$$

um zwischen den aus Fig. 8 zu entnehmenden Grenzfällen $r \to 0$ und $r \to R$ zu interpolieren.

c) *Wirksamkeit zylindrischer Kollimatoren.*

Für die in Fig. 9 skizzierte Anordnung berechnet man unter Berücksichtigung der Durchlässigkeit des Kollimatormaterials den für eine Strahlung mit dem Absorptionskoeffizienten μ_K wirksamen Raumwinkel wie folgt:

$$\Omega_{\text{eff}} = \Omega_0 + 2\pi \int_{\operatorname{arctg} r_0/l}^{\operatorname{arctg} R/(l+\Delta l)} \sin\alpha \cdot e^{-\mu_K\left(\frac{l}{\cos\alpha} - \frac{r_0}{\sin\alpha}\right)} d\alpha$$

wobei Ω_0 den geometrischen Raumwinkel bedeutet. Entwicklung nach $\sin\alpha$ und gliedweise Integration liefert, falls $r_0 \lesssim 0{,}3\, l$,

$$\frac{\Omega_{\text{eff}}}{\Omega_0} = 1 + (\mu_K l)^2 e^{-\mu_K l}\left(1 + \frac{3}{4}\left(\frac{r_0}{l}\right)^2\right) \times$$
$$\times \left[F_1(y) - A_2 F_2(y) + A_3 F_3(y)\right]_{y=y_0}^{y=y_1} \qquad (51)$$

mit den Integrationsgrenzen

$$y_0 = \mu_K \sqrt{l^2 + r_0^2}\,; \quad y_1 = \mu_K \frac{r_0}{R} \sqrt{(l + \Delta l)^2 + R^2}$$

und den Abkürzungen

$$F_n(y) = y^{-2n} e^y \left(y^{2n-1} + 1!\, y^{2n-2} + 2!\, y^{2n-3} + \cdots + (2n-1)!\right) - \overline{Ei}(y)$$
$$A_2 = (\mu_K r_0)^2 (\mu_K l - 1)/24$$
$$A_3 = (\mu_K r_0)^4 \left((\mu_K l)^2 - 5\, \mu_K l + 3\right)/2880$$

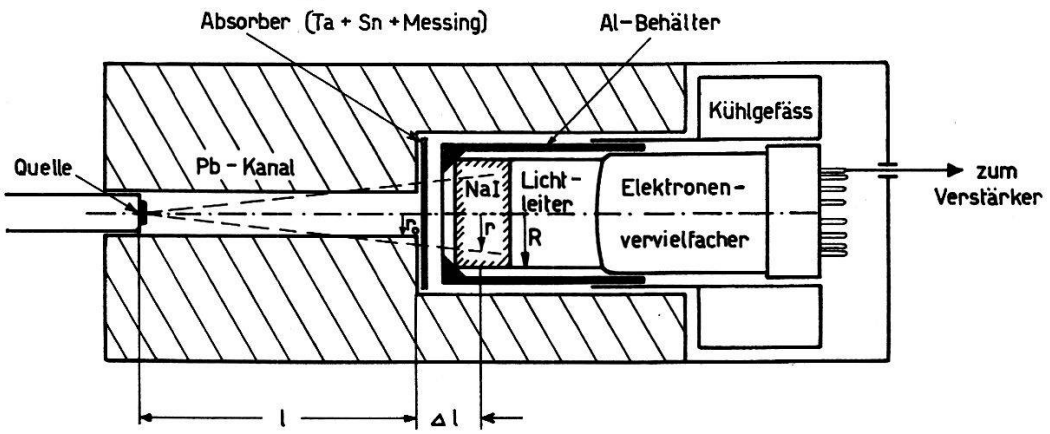

Fig. 9.
Kollimator- und Kristallanordnung.

Für $y < 15$ wird $\overline{Ei}(y)$ den Tafeln von JAHNKE-EMDE[19]) entnommen; für grössere y gilt hinreichend genau

$$F_n(y) \approx \frac{(2n)!}{y^{2n+1}} e^y \left[1 + \frac{2n+1}{y}\left(1 + \frac{2n+2}{y}(1 + \ldots)\right)\right].$$

Der Ausdruck (51) ist in Fig. 10 als Funktion der reduzierten Kanallänge $\mu_K l$ mit dem Parameter $\frac{R}{r_0} \cdot \frac{l}{l + \Delta l}$ aufgetragen; er hängt nur wenig von der Öffnung ab (ausgezogene Kurven für $r_0/l \leqslant 0{,}1$, gestrichelte für $r_0/l = 0{,}3$). Die Genauigkeit der Raumwinkelberechnung nach (51) wird im wesentlichen dadurch begrenzt, dass — besonders bei höherer γ-Energie — ein Teil der im

Kollimator entstehenden Streustrahlung ebenfalls zum Detektor gelangt (vgl. § 7d). Unterhalb 1 MeV ermöglichen die Kurven der Fig. 10 sehr genaue absolute Intensitätsbestimmungen; ferner lässt sich der in (50) einzusetzende effektive Bündelradius

$$r \approx r_0 \frac{l+\Delta l}{l} \sqrt{\frac{\Omega_{\text{eff}}}{\Omega_0}}$$

daraus entnehmen.

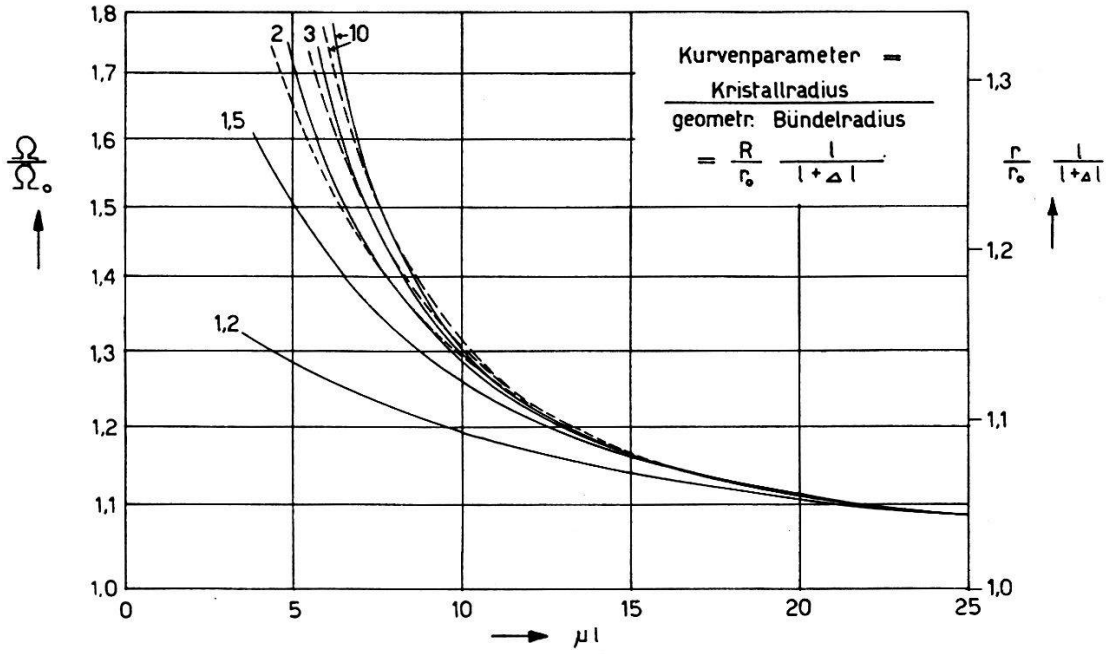

Fig. 10.
Effektiver Raumwinkel zylindrischer Kollimatoren.

§ 7. Strahlungskorrekturen.

Selbst wenn das als Quelle verwendete Isotop nur γ-Strahlen einheitlicher Energie emittiert, so empfängt der Detektor praktisch stets auch gewisse Quanten anderer Energie. Die Verwendung des Kollimatorsystems (Fig. 9) ermöglicht eine einfache *Berechnung der Streustrahlung aus Quelle und Lichtleiter*, da Streustrahlung aus der seitlichen Umgebung des Detektors vermieden wird. Weitere Korrekturen ähnlicher Art (vgl. § 1c, d, e) werden anschliessend kurz abgeschätzt.

a) *Streustrahlung aus der Quelle.*

Bei dünnen Quellen, die sich zur Ausmessung von β-Spektren eignen, ist die elektromagnetische Streustrahlung im allgemeinen zu vernachlässigen. In den Fällen, wo wir aus Intensitätsgründen zur Verwendung dicker Quellen gezwungen waren, haben wir das radioaktive Material in einen zylindrischen Hohlraum am Ende

eines Kunstharzstabes eingefüllt. Um bei Positronenstrahlern das $\beta^+:\gamma$-Verhältnis auswerten zu können, haben wir jeweils die Wandstärke des Quellenträgers allseitig mindestens gleich der Positronenreichweite gewählt.

Zur Abschätzung der bei dieser Anordnung entstehenden Streustrahlung denken wir uns die Quelle zunächst in einen Punkt auf der Achse konzentriert (Fig. 11). Die Anzahl Streuquanten der Ener-

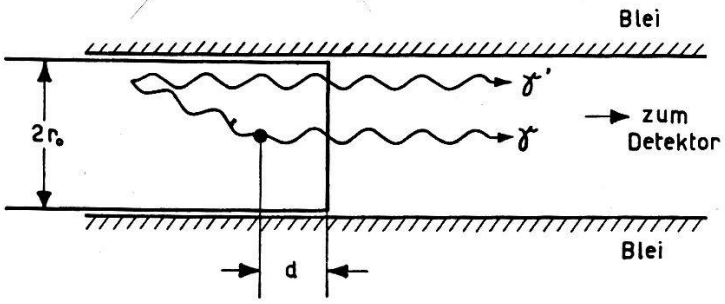

Fig. 11.
Berechnung der Streustrahlung aus dem Quellenhalter.

gie $\gamma' \ldots \gamma' + d\gamma'$, welche aus dem ganzen Stab in Richtung des Detektors (Raumwinkel $\Omega' \ll 1$) emittiert werden, ergibt sich aus (3), (4), (18) an der Stelle $\gamma' = \gamma/(1 + u\gamma)$ zu:

$$-\frac{dn_Q}{d\gamma'} = n_0 \frac{\Omega'}{\Omega} \frac{c_1}{\beta_1} \frac{\Theta(u,\gamma)}{\gamma^2} (1 - e^{-\beta_1 \lambda_1}) \tag{52}$$

wobei

$$\beta_1 = \mu_1 + \mu_1'(u-1)$$

$$\lambda_1 = \begin{cases} d/(1-u), & \text{für } 0 \leqslant u \leqslant u_1 = 1 - d/\sqrt{r_0^2 + d^2} \\ r_0/\sqrt{u(2-u)}, & u_1 \leqslant u \leqslant 2 \end{cases}$$

n_0 ist die Anzahl Primärquanten, welche in derselben Zeit den Detektor (Raumwinkel Ω) erreichen; c_1, μ_1, μ_1' entsprechen den für NaI mit c, μ, μ' bezeichneten Koeffizienten. Für einen Quellenhalter aus Plexiglas ($c_1 = 0{,}096\ \text{cm}^{-1}$) von $r = 4$ mm Radius haben wir den Ausdruck (52), abgesehen von dem von der Kollimatorlänge abhängigen Faktor Ω'/Ω, in Fig. 12 graphisch dargestellt.

Ist die axiale Ausdehnung der Quelle nicht zu vernachlässigen, so zerlegt man sie in mehrere Schichten (d = Abstand von der Austrittsfläche) und superponiert die zu den verschiedenen d-Werten gehörigen Teilspektren. Für $d \to 0$, d.h. für dünne Quelle auf dickem Träger, reduziert sich der Effekt auf eine „Rückstreulinie" ähnlich der in § 7b beschriebenen Art (schraffierte Flächen in Fig. 12).

b) *Streustrahlung aus dem Lichtleiter (Koeffizienten c_2, μ_2, μ_2').*

Zählt man die Koordinate x in Richtung des Primärstrahls von der Grenzfläche Kristall-Lichtleiter aus (Fig. 13), so werden von der Schicht $x \ldots x + dx$

$$n_0 c_2 e^{-\mu L - \mu_2 x} \frac{\Theta(u, \gamma)}{(1 + u\gamma)^2} dx\, du$$

Streuquanten in das Raumwinkelelement $2\pi\, du$ emittiert. Für $x < R(u-1)/\sqrt{u(2-u)}$ und $u > 1$ treffen diese Streuquanten, geschwächt um den Faktor $e^{-\mu_2' x/(u-1)}$, den Kristall und erzeugen darin

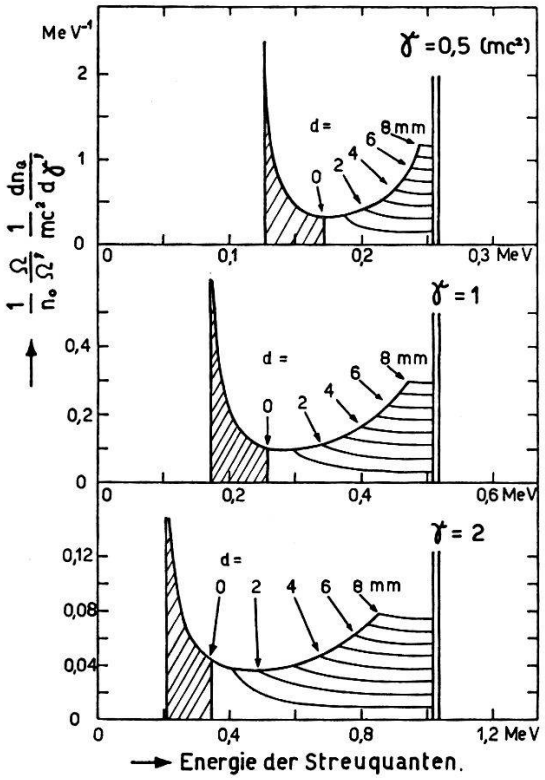

Fig. 12.

Streustrahlungsspektren für verschiedene Schichten (d) einer in Plexiglas (Radius 4 mm) eingebetteten dicken Quelle.

mit der Wahrscheinlichkeit $1 - e^{-\mu' l'}$ Szintillationen (l' hängt von x, u, L, R ab). Die Gesamtzahl der von Streuquanten der Energie $\gamma' \ldots \gamma' + d\gamma'$ erzeugten Szintillationen ergibt sich, unter Beachtung von $\gamma^2\, du = -(1 + u\gamma)^2\, d\gamma'$, zu

$$-\frac{dn_L}{d\gamma'} = n_0 \frac{c_2}{\mu_2} e^{-\mu L} \frac{\Theta(u, \gamma)}{\gamma^2} H_2(u, \gamma, \text{Geometrie}) \tag{53}$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} H_2 &= \mu_2 \int_{x=0}^{x_{\max}} e^{-\beta_2 x/(u-1)} (1 - e^{-\mu' l'})\, dx \\ \beta_2 &= \mu_2 (u-1) + \mu_2'. \end{aligned}\right\} \tag{54}$$

Insbesondere gilt für sehr langen Lichtleiter

$$\left.\begin{aligned} H_{2,\infty} &= (u-1)\frac{\mu_2}{\beta_2}\left[1-e^{-\mu'\lambda_2}+\frac{\mu' e^{-\beta_2 R/\sqrt{u(2-u)}}}{\beta_2-\mu'}\left(1-e^{(\beta_2-\mu')\lambda_2}\right)\right] \\ \text{mit}\quad \lambda_2 &= \begin{cases} R/\sqrt{u(2-u)}, & \text{für } 1\leqslant u\leqslant u_2 = 1+L/\sqrt{L^2+R^2} \\ L/(u-1), & u_2\leqslant u\leqslant 2. \end{cases} \end{aligned}\right\} \tag{54a}$$

Das Streustrahlungsspektrum (53) umfasst den Bereich $\gamma/(1+2\gamma) \leqslant \gamma' \leqslant \gamma/(1+\gamma)$, hat aber ein derart ausgeprägtes Maximum an

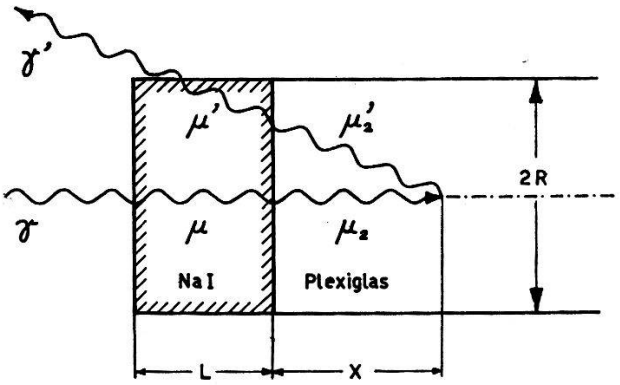

Fig. 13.
Berechnung der Streustrahlung aus dem Lichtleiter.

der unteren Grenze, dass die ganze Verteilung praktisch durch eine Linie der Energie

$$\bar{\gamma}_L \approx \frac{\gamma}{1+1{,}8\gamma} \tag{55}$$

ersetzt werden kann. Die dieser „Rückstreulinie" zugeordnete gesamte Stosszahl

$$n_{L,\infty} = n_0 \frac{c_2}{\mu_2} e^{-\mu L} \int_{u=1}^{2} \frac{\Theta(u,\gamma)}{(1+u\gamma)^2} H_{2,\infty}\, du$$

ist in Fig. 14 als Bruchteil der von der Primärstrahlung direkt ausgelösten Gesamtstosszahl

$$n_A = n_0(1-e^{-\mu L})$$

aufgetragen. Zur Interpolation zwischen den verschiedenen Kristallgeometrien (Fig. 14a, b) beachte man, dass der Ordinatenmassstab proportional R/L variiert. Bei endlicher Länge des Lichtleiters wird n_L/n_A etwas kleiner (z. B. je nach Primärenergie um 10...25%, falls Lichtleiterlänge = Kristallänge $L(=R)$).

Um zu einer experimentell bestimmten Photolinie von n_P^* Stössen die von der experimentellen Compton-Verteilung abzuziehende

Lichtleiterkorrektur n_L mit Hilfe von Fig. 14 zu berechnen, hat man $n_P^* \cdot n_L/n_A$ durch den für die jeweilige Kristallgeometrie geltenden effektiven Photoanteil p^* (Fig. 8) zu dividieren*). Bei der Aufteilung von n_L in Compton-Kontinuum und Photospitze ist letztere wegen der niedrigen Energie (55) stets bevorzugt.

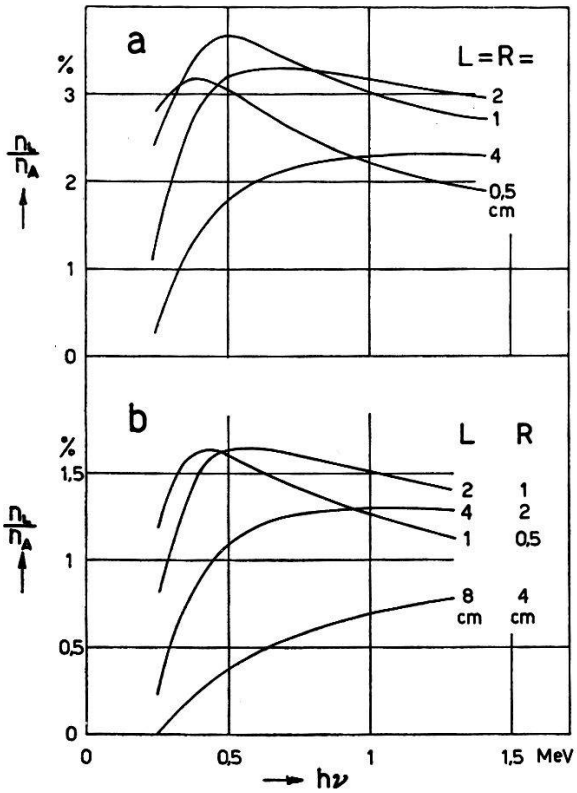

Fig. 14.
Streustrahlung aus ∞ langem Lichtleiter bei idealer Kollimation der Primärstrahlen. Kristallformen: a) $L = R$; b) $L = 2R$.

c) *Paarerzeugung.*

Je nach Kristallgrösse gehen vorzugsweise 1,02 oder 0,51 oder 0 MeV an Quantenenergie verloren. Bei gleichmässiger Verteilung der Positronen längs der Kristallachse beträgt die mittlere Entweichwahrscheinlichkeit für ein Annihilationsquant:

$$W_E = \int_{u=0}^{1} e^{-\mu_3 \lambda_3} du + \frac{1}{\mu_3 L}\left[\frac{1}{2} - \int_{u=0}^{1} (1-u)\,(1+\mu_3 \lambda_3)\, e^{-\mu_3 \lambda_3} du\right] \quad (56)$$

wobei μ_3 = Schwächungskoeffizient des Szintillationskristalls für $\gamma = 1$

$$\lambda_3 = \begin{cases} L/(1-u), & \text{für } 0 \leqslant u \leqslant u_3 = 1 - L/\sqrt{L^2+R^2} \\ R/\sqrt{u(2-u)}, & u_3 \leqslant u \leqslant 1. \end{cases}$$

*) In der vorläufigen Mitteilung[6]) haben wir direkt n_L/n_P^* graphisch dargestellt, wobei aber die Variation von p^* mit dem Kollimationsradius nicht berücksichtigt ist.

Für Kristalle der Standardform ($L = R$) gilt auf 2% genau, auch in bezug auf $(1 - W_E)$:

$$W_E \approx \begin{cases} (1+0{,}05\,z^2)\,e^{-0{,}75\,z}, & \text{für } z = \mu_3 L < 1{,}8 \\ 0{,}495\,/\,(z-0{,}2), & z > 1{,}8 \end{cases} \tag{57}$$

Die Wahrscheinlichkeiten für Energieabgabe von keinem, nur einem oder beiden Annihilationsquanten betragen:

$$W_0 = W_E^2; \quad W_1 = 2\,W_E\,(1 - W_E); \quad W_2 = (1 - W_E)^2.$$

Die Paarerzeugung liefert somit folgende Beiträge an das Szintillationsspektrum:

Bei der Energie	die relative Stosszahl	
$\varepsilon^* = \gamma$ (Photolinie)	$(1 - W_E)^2\,p^{*2}$	(58a)
$\gamma - 1 \leqslant \varepsilon^* \lesssim \gamma - 0{,}33$ [a])	$(1 - W_E)^2\,2\,p^*\,(1 - p^*)$	(58b)
$\gamma - 2 \leqslant \varepsilon^* \lesssim \gamma - 0{,}67$ [b])	$(1 - W_E)^2\,(1 - p^*)^2$	(58c)
$\varepsilon^* = \gamma - 1$ (1. Nebenlinie)	$2\,(1 - W_E)\,W_E\,p^*$	(58d)
$\gamma - 2 \leqslant \varepsilon^* \lesssim \gamma - 1{,}33$ [a])	$2\,(1 - W_E)\,W_E\,(1 - p^*)$	(58e)
$\varepsilon^* = \gamma - 2$ (2. Nebenlinie)	W_E^2	(58f)
	Summe = 1	

[a]) Annähernd gleichmässig verteilt.
[b]) Maximum bei $\gamma - 1{,}33$.

Die Energieverteilung (58) hängt nur von der Kristallgeometrie ab und ist in Fig. 15 für verschiedene Kristallradien ($R = L$, Primärstrahl kollimiert) dargestellt; p^* haben wir jeweils aus Fig. 8 (für $\gamma = 1$, ohne Kollimation) entnommen. Campbell und Boyle[7]) fanden kürzlich nach einer anderen Berechnungsmethode Kurven von ähnlichem Verlauf. Um die entsprechenden Stosszahlen als Bruchteile der Gesamtzahl n_A im Kristall absorbierter oder gestreuter Primärquanten zu berechnen, hat man die Ordinaten von Fig. 15 mit dem Verhältnis $n_{PP}/n_A = \mu_{PP}/(\mu_P + \mu_C + \mu_{PP})$ zu multiplizieren, welches für NaI z. B. bei

γ	= 2,5	3	4	5	6 (mc²)
n_{PP}/n_A	= 0,4	1,6	5,7	11	17%

beträgt. Unterhalb 1,5 MeV ist daher die Erhöhung des effektiven Photoanteils durch den Beitrag (58a) unmessbar klein. Für die 2,76-MeV-Strahlung von Na^{24} kommen jedoch die Linien bei γ, $\gamma - 1$, $\gamma - 2$ in den von Hofstadter[21]) ($\sqrt{RL} \approx 1$ cm), und von Borkowski und Clark[22]) ($\sqrt{RL} = 2{,}2$ und 5,4 cm) gemessenen Stossverteilungen deutlich zum Vorschein, und die Intensitätsverhältnisse entsprechen recht genau den theoretischen Erwartungen nach Fig. 15. Als effektive Photoanteile (Linie bei $\gamma = 5{,}4$) findet man aus den experimentellen Kurven[21])[22]) etwa 0,08, 0,12 und 0,28, wovon nach (58a) nur die relativ kleinen Beiträge $< 10^{-3}$, bzw. $1 \cdot 10^{-3}$ bzw. 0,018 von der Paarerzeugung herrühren. Der Rest

stimmt annähernd mit den nach § 5 ohne Berücksichtigung der Paarerzeugung abgeschätzten p^*-Werten für die 3 Kristallgrössen 1 cm, 2 cm und 5 cm überein, wenn man p_0 bei $\gamma = 5{,}4$ zu 2% annimmt.

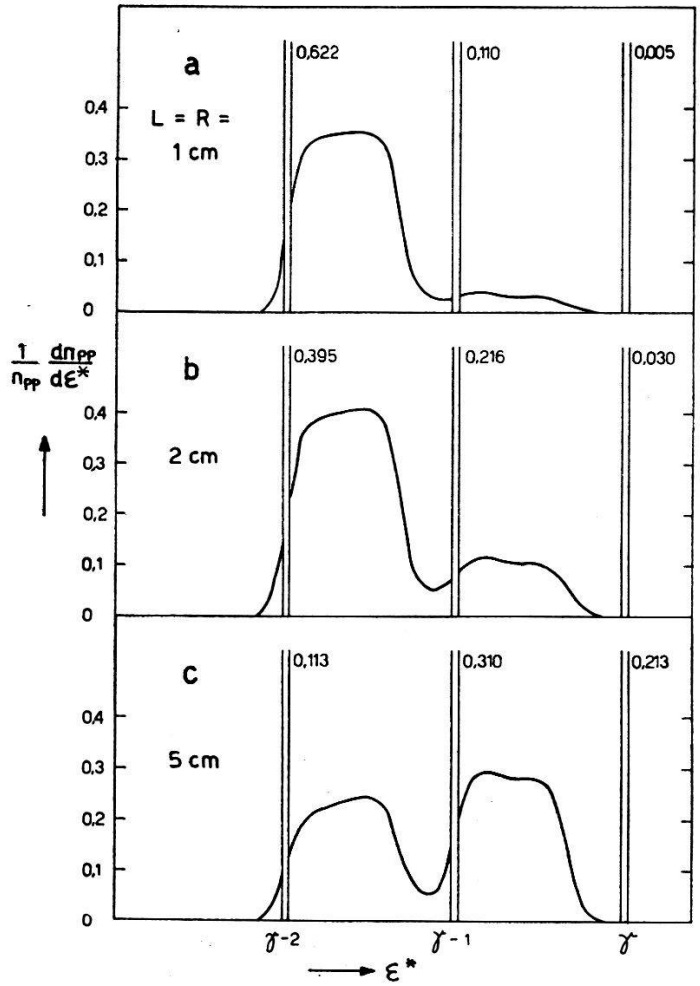

Fig. 15.

Beitrag der Paarerzeugung an das Szintillationsspektrum. Die Linien sind ohne experimentelle Verbreiterung eingezeichnet; an Stelle ihrer Höhe ist der in jeder Komponente enthaltene Anteil von n_{PP} angeschrieben.

d) *Streustrahlung aus dem Kollimator.*

1. *Bei niedriger Energie* absorbiert eine dünne Schicht an der Oberfläche des Kollimators praktisch die gesamte auftreffende Primärstrahlung. Die anschliessend emittierten Röntgenstrahlen erreichen unter Umständen zu einem merklichen Teil den Detektor. Durch Auskleiden des Kollimators mit aufeinanderfolgenden Schichten von z. B.

0,1 mm Ta ($\mu = 149$ cm^{-1} für Pb—K_α)
+ 0,2 mm Sn ($\mu = 52$ cm^{-1} für Ta—K_α)
+ 0,1 mm Messing ($\mu = 148$ cm^{-1} für Sn—K_α)

lässt sich diese weiche Sekundärstrahlung aber leicht eliminieren.

2. *Bei hoher Primärenergie* enthält das vom Kollimator herrührende Streuspektrum auch harte Komponenten. Da dieser Effekt in komplizierter Weise von der gesamten geometrischen Anordnung abhängt, haben wir die Anzahl dn_K der als Folge einfacher Compton-Prozesse den Detektor erreichenden Streuquanten der Energie $\gamma' \ldots \gamma' + d\gamma'$ nur für einen einzelnen Spezialfall numerisch abgeschätzt: Zn^{65} ($\gamma = 2{,}18$), $l = 70$ mm, $\Delta l = 12$ mm, $r \approx R = L = 5$ mm, 6 verschiedene γ'-Werte zwischen 0,9 ... 2,1. Dem in Fig. 16a dargestellten Ergebnis messen wir wegen der in der Berechnung gemachten

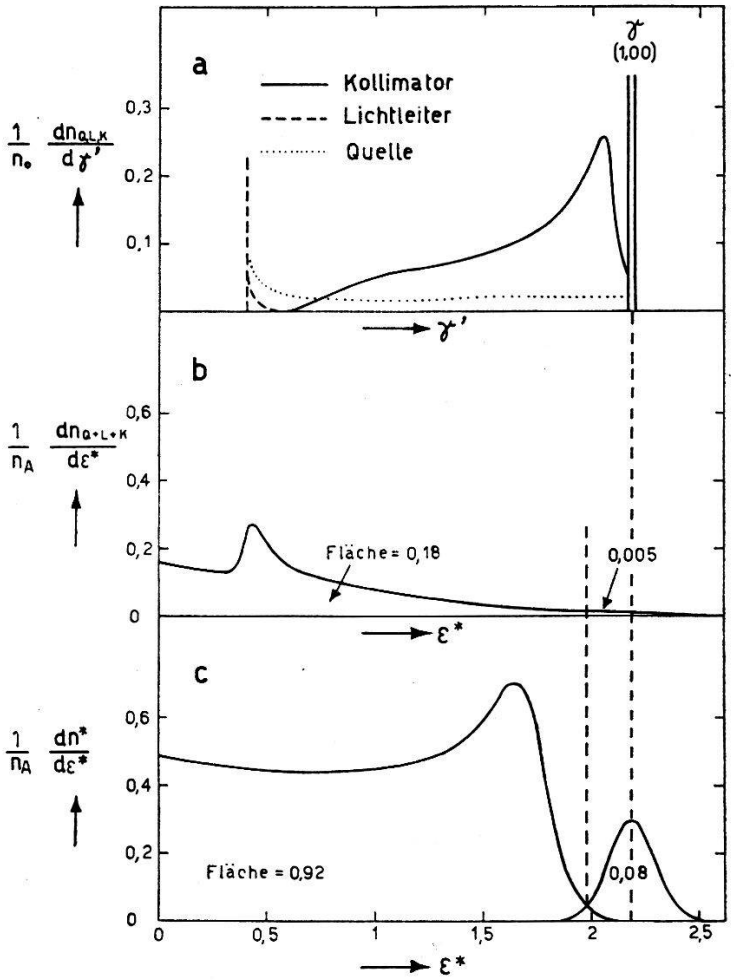

Fig. 16.

Streustrahlung bei einer Messung von Zn^{65} (1,11 MeV-Komponente). a) Zahl der einfallenden Streuquanten (n_0 = Anzahl einfallender Primärquanten). b) Vom Streuspektrum erzeugte Szintillationen. c) Von der Primärstrahlung erzeugte Szintillationen (n_A = Anzahl absorbierter oder gestreuter Primärquanten).

Vereinfachungen nur grössenordnungsmässige Bedeutung bei. In dieselbe Figur sind auch die für die verwendete dicke Quelle (d = 2 ... 8 mm) und für den Lichtleiter berechneten Streuspektren eingetragen. Bei der Umrechnung auf die Amplitudenverteilung (Fig. 16b) geht die im Kollimatorspektrum bei $\gamma' \approx 2{,}0$ vorhandene

Spitze wegen des starken Überwiegens der Compton-Verteilungen verloren.

Um die praktische Auswirkung dieser Korrekturen zu veranschaulichen, ist im gleichen Maßstab in Fig. 16c die für monochromatische 1,11-MeV-Strahlung berechnete Amplitudenverteilung aufgetragen. In dem hier gewählten Beispiel treten die Streueffekte besonders deutlich hervor, weil eine dicke Quelle, ein Kollimator verhältnismässig grosser Öffnung und ein ziemlich kleiner Kristall benützt wurden.

e) *Bremsstrahlungs- und Reichweitekorrekturen.*

Bei grosser Primärenergie ist unsere Voraussetzung, dass die Szintillationsamplituden proportional ε^* seien (§ 2b), nicht mehr erfüllt. Einerseits verliert ein schnelles Elektron gelegentlich grosse Energiebeträge durch Bremsstrahlung, anderseits werden sich die in einer Randzone ausgelösten Elektronen nicht innerhalb des Kristalls totlaufen. In beiden Fällen ist nur ein Bruchteil von ε^* zur Lumineszenzerregung verfügbar.

Für das in § 7d behandelte Beispiel sind, wegen der kleinen Kristallabmessungen, auch diese Korrekturen besonders gross; eine numerische Abschätzung zeigt, dass von 100 Elektronen mit 1,11 MeV Anfangsenergie etwa

4 Bremsstrahlungsverluste > 100 keV
13 Reichweiteverluste > 100 keV

erleiden. Somit würden 17% der primären Photoelektronen Szintillationen erzeugen, welche experimentell in die Compton-Verteilung fallen. Wegen der Beiträge von Sekundärelektronen geringerer Energie an die scheinbare Photolinie würde sich der effektive Photoanteil p^* aber nur um etwa 11% verkleinern.

§ 8. Experimenteller Teil.

a) *Messmethode.*

In die in Fig. 9 dargestellte Messanordnung wurden NaI(Tl)-Kristalle verschiedener Grösse und Form eingesetzt. Die am Ausgang einer Photoröhre des Typs 5819 entstehenden Impulse wurden etwa 10^4fach nachverstärkt und auf die Speicherschaltung eines kürzlich fertiggestellten photographischen Impulsspektrographen[23]) geleitet. In der neuen Apparatur ist der früher verwendete optische Graukeil[10]) durch eine exponentielle Zeitablenkung ersetzt, so dass man eine im wesentlichen lineare Intensitätsskala erhält[24]). Die Inten-

sitäten werden überdies bei jeder Aufnahme noch in 3 Bereichen des Spektrums durch Zählwerke mit 64fachen Untersetzern mitregistriert. Durch Kombination der photographischen Kurve mit den Zählwerkangaben können die absoluten Stosszahlen an jeder Stelle des Spektrums auf etwa 5% genau interpoliert werden. Die einer einzelnen Photolinie zugeordnete Stosszahl lässt sich aber noch genauer bestimmen, wenn man die Verstärkung so wählt, dass einer der Zählwerkkanäle gerade die gesuchte Linie umfasst, wobei aus der photographischen Verteilungskurve nur die kleinen Beiträge der seitlichen Ausläufer interpoliert werden müssen. 2 Aufnahmen

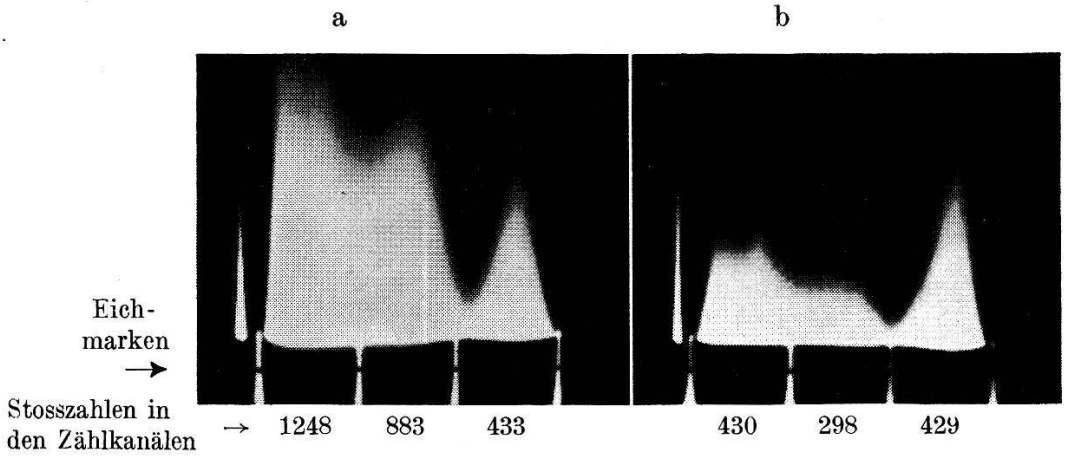

Fig. 17.

Impulsspektrogramme der 662-keV-Strahlung von Cs^{137} (dünne Quelle, Kollimationsradius $r = 4{,}5$ mm). NaI-Kristalle der Grösse : a) $R = L = 0{,}5$ cm; b) $R \approx L \approx 2$ cm.

dieser Art sind in Fig. 17 in der Gradation der Originalplatten (d.h. weich kopiert) wiedergegeben; hier sind auch die durch künstliche Impulse genau messbarer Amplitude erzeugten, nach unten versetzten Eichmarken zu erkennen, welche die Grenzen der Zählwerkkanäle angeben.

Die Auswertung besteht aus folgenden Schritten:

1. Die Kurve konstanter Standardschwärzung (d.h. auf einer harten Kopie die Schwarz-Weiss-Kontur) wird mit Hilfe einer festen Eichkurvenschar so entzerrt, dass die Flächen in den 3 Zählkanälen genau proportional den registrierten Stosszahlen werden.

2. Abzug des Nulleffektes.

3. Abzug der Streustrahlungen nach § 7a, b.

4. Extrapolation der Compton-Fläche bis zur Energie 0.

5. Graphische Zerlegung in Photospitze und Compton-Verteilung; Bestimmung von p^* als Flächenverhältnis.

b) *Ergebnisse: Form der Compton-Verteilung.*

Die Spektren von Fig. 17 sind mit den theoretischen Kurven (Fig. 6 und 7, zu interpolieren zwischen $\gamma = 1$ und $\gamma = 1{,}5$) zu vergleichen. Nach Abzug des Nulleffektes und der Streustrahlung aus dem Lichtleiter stimmen die experimentellen mit den theoretischen Verteilungen gut überein, falls man die zusätzliche Verbreiterung infolge der geringeren Elektronenausbeute unserer Photoröhren ($\alpha = 300/mc^2$, anstatt $500/mc^2$) berücksichtigt. Die experimentellen Spektren enthalten im allgemeinen etwas mehr Stösse (bis zu 3% der gesamten Compton-Fläche) oberhalb der theoretischen Compton-Kante, was sich wohl durch die sehr summarische Behandlung der Tertiärquanten in den Berechnungen von § 5 erklärt.

c) *Effektiver Photoanteil.*

Für eine Reihe von γ-Energien und Kristallgrössen sind experimentell bestimmte p^*-Werte bereits in Tabelle 1 zusammengestellt. In diesen Fällen war der wirksame Bündelradius $r \approx R/2$, so dass die experimentellen Punkte jeweils zwischen den entsprechenden ausgezogenen und punktierten Kurven in Fig. 8 liegen sollten. Da die theoretischen Kurven nicht für alle experimentellen R-Werte berechnet sind, benützen wir für genauere Vergleiche eine Darstellung, wie sie z. B. für den Fall $\gamma = 1{,}3$ in Fig. 18 gegeben wird: Im rechten Feld sind die theoretischen p_0^* (ideale Kollimation) und p_R^* (keine Kollimation) als Funktion des Kristallradius R aufgetragen. Zu jeder experimentell untersuchten Kristallgrösse haben wir im linken Feld die Kurve für p_r^* nach (50) konstruiert und die bei verschieden starker Kollimation gemessenen p^*-Werte eingetragen. Man erkennt, dass die Berücksichtigung der r-Abhängigkeit nach dem Ansatz (50) die Variation der experimentellen Punkte einigermassen vernünftig wiedergibt. Man kann daher die Messergebnisse recht genau auf den Fall idealer Kollimation extrapolieren und mit den theoretischen p_0^*-Werten vergleichen. Dabei zeigt sich, dass — besonders für $\gamma = 2{,}2$ — die experimentellen Daten im allgemeinen tiefer liegen (vgl. § 8e).

Weitere p^*-Werte haben wir aus den von Engelkemeir (unveröffentlicht, zitiert in [5])) sowie von anderen Autoren*)[22]) gemessenen Amplitudenverteilungen entnommen und ebenfalls in Fig. 18 eingetragen. Die Übereinstimmung mit unseren theoretischen Kurven ist im allgemeinen besser als man angesichts der teilweise stark abweichenden Kollimator- und Kristallformen a priori erwarten darf.

*) Wir danken insbesondere den Herren Drs. G. Hine (Mass. Inst. Technol.), I. R. Prescott (Oxford), A. H. Wapstra (Amsterdam) und P. R. Bell (Oak Ridge) für die freundliche Zusendung unveröffentlichter Messresultate.

d) *Ansprechwahrscheinlichkeiten.*

1. Zwei dünne Quellen von Au^{198} und Cs^{137} wurden im Rahmen einer separaten Arbeit[25]) mittels Zählrohrmethoden absolut geeicht. Anderseits haben wir aus Szintillationsmessungen (bis zur Energie 0 extrapolierte Gesamtstosszahl, Abzug 1% für die harten Komponenten beim Au^{198}) mit Kristallen der Schichtdicken $L = 12{,}4$ und

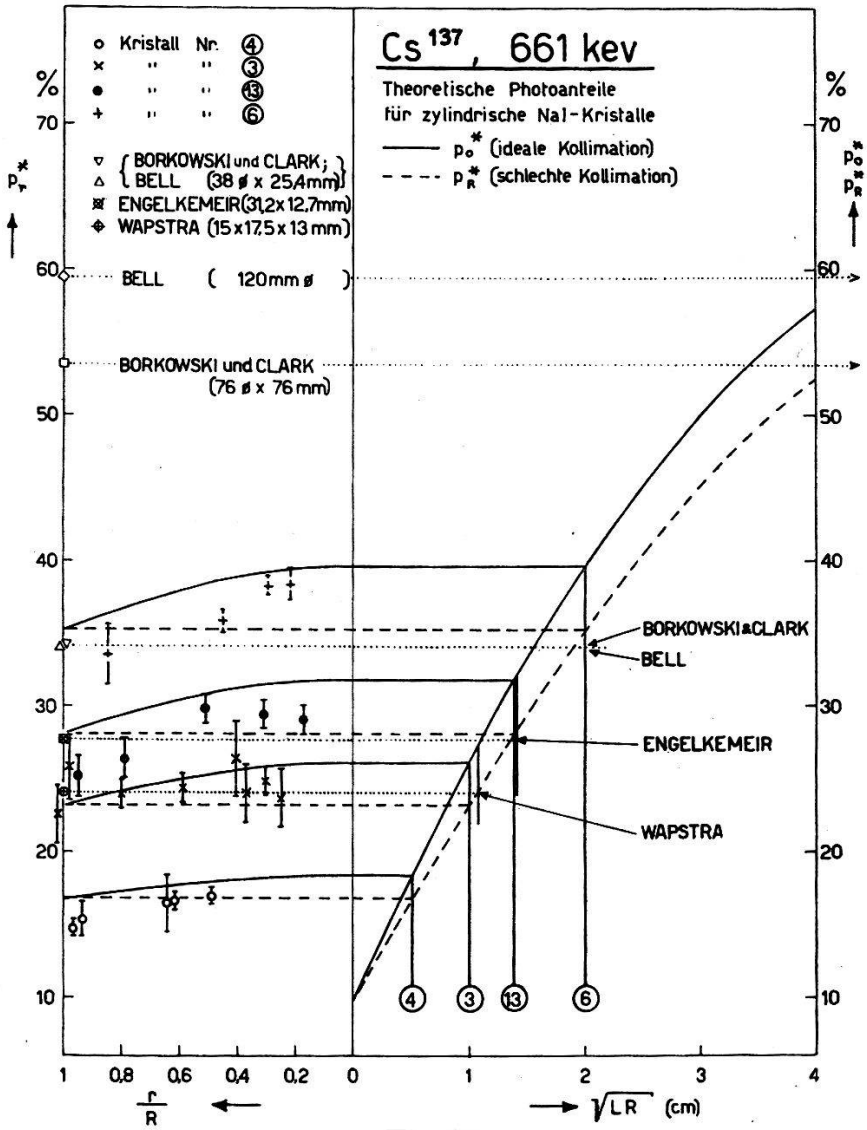

Fig. 18.

Experimentelle und theoretische Photoanteile für $\gamma = 1{,}295$, unter Berücksichtigung der Kollimationskorrektur.

22 mm bei sehr verschiedenen Kollimatoreinstellungen jeweils die absolute Anzahl der emittierten γ-Quanten rechnerisch mit Hilfe von Fig. 1 und 10 ermittelt. Die Ergebnisse entsprechen, innerhalb der Eich- und Messfehler von zusammen 10%, den nach den Zerfallsschemata[26]) zu erwartenden Bruchteilen von 95% (Au^{198}) bzw. 87% (Cs^{137}) der Anzahl β-Zerfälle. Damit ist gezeigt, dass man bei

Verwendung geeigneter Kollimatoren mit dem Szintillationsspektrographen Absolutmessungen ohne Zuhilfenahme geeichter Präparate auf 10% genau durchführen kann.

2. Die Verhältnisse der Ansprechwahrscheinlichkeiten bei 0,51 MeV und gewissen anderen γ-Energien haben wir durch Messungen mit Positronenstrahlern geprüft. Nimmt man die aus Fig. 1 entnommenen theoretischen Werte an, so ergibt die graphische Zerlegung der gemessenen Spektren für

$$\begin{aligned} &Na^{22}{}^{*)}: && N_{0,51}:N_{1,28\,\mathrm{MeV}} = 1{,}77 \pm 0{,}10 \\ &Zn^{65}: && N_{0,51}:N_{1,11\,\mathrm{MeV}} = 0{,}064 \pm 0{,}010 \\ &Cd^{107}: && N_{0,51}:N_{0,85\,\mathrm{MeV}} = 1{,}32 \pm 0{,}10. \end{aligned}$$

Im Falle des Na^{22} ist die Übereinstimmung mit dem nach dem neuen Zerfallsschema[27]) zu erwartenden Verhältnis 1,82 ausgezeichnet. Für Zn^{65} und Cd^{107} sind die aus den Literaturangaben [26]) berechneten Werte 0,11 bzw. 1,5 wahrscheinlich zu gross.

3. Wir haben einige komplexe Spektren auf Grund der berechneten Linienformen quantitativ zerlegt, wobei es sich als nützlich erwies, die meist stark überwiegenden weichen Komponenten mittels Pb-Absorber (+ Ta + Sn + Messing) abzuschwächen. Der effektive Schwächungskoeffizient wurde

$$\mu_{\mathrm{eff}} = \mu - \frac{4}{\pi} c\,\omega$$

gesetzt, wobei $c = 0{,}67\ \mathrm{cm}^{-1}$ für Pb, ω = Raumwinkel des Absorbers (sowohl von der Quelle als auch vom Kristall aus gesehen). In Zusammenarbeit mit A. Mukherjee und P. Preiswerk[28]) (Ga^{67}) und H. Albers-Schoenberg**) (In^{114}) erhielten wir bei

$$\begin{aligned} &Ga^{67}: && N_{90+92}:N_{180+205}:N_{300} && :N_{390\,\mathrm{keV}} = 100:55 && :39:5 \\ &In^{114}: && N_{0,55} && :N_{0,72} && :N_{1,27\,\mathrm{MeV}} && = 100:80 && :\ 4 \\ &Au^{198}: && N_{0,41} && :N_{0,68} && :N_{1,09\,\mathrm{MeV}} && = 100:\ 1{,}3 && :\ 0{,}25 \end{aligned}$$

Die Literaturwerte[26]) dieser Verhältnisse streuen stark. Unsere Ergebnisse für Ga^{67} bzw. In^{114} sind am ehesten mit denjenigen von Meyerhof et al.[29]), bzw. Mei et al.[30]) verträglich, wobei wir die Unsicherheit unserer Zerlegungen auf ± 15% schätzen. Für Au^{198} stimmen unsere Resultate gut mit den von Cavanagh et al.[31]) und von Hubert[32]) gefundenen überein.

---

*) Herrn Prof. Dr. C. J. Bakker (Amsterdam) danken wir herzlich für die Herstellung dieser Quelle.

**) Unveröffentlicht.

e) *Primäre Photoabsorption in NaI(Tl) bei 1,1 MeV.*

Die Extrapolation auf den primären Photoanteil ($p^* \to p_0$ für $R \to 0$) erfolgt am zuverlässigsten mit Hilfe des berechneten Verlaufes p_0^* (R) oder $p_R^*(R)$, welche beide z. B. für $\gamma = 1{,}3$ in Fig. 18 dargestellt sind. Für $\gamma = 2{,}2$ liegen aber die experimentellen p^*-Werte allgemein merklich tiefer als die berechneten Kurven, was darauf hinzudeuten scheint, dass p_0 bei dieser Energie noch kleiner als der in Tabelle 2 eingeführte Mittelwert aus [12]) und [14]) wäre. Da die Extrapolation besonders empfindlich von den Messpunkten mit $R \to 0$ abhängt, aber gerade bei sehr kleinen Kristallen einige normalerweise nicht berücksichtigte Korrekturen wesentlich werden, haben wir diese in § 7d, e für einen speziellen Fall theoretisch abgeschätzt. Eine Messung von insgesamt 123000 Stössen ergab $n_P^* = 7450 \pm 200$ Stösse in der 1,11-MeV-Photolinie. Nach den üblichen Korrekturen ($+ \Delta n_C - n_Q - n_L$) ist noch der Beitrag der Annihilationsstrahlung (11000 $\pm$ 3000 Stösse) abzuziehen, so dass die der 1,11-MeV-Komponente zugeordnete Gesamtstosszahl $n_A = 114000 \pm 4000$ und der effektive Photoanteil $p^* = n_P^* : n_A = (6{,}5 \pm 0{,}3)\,\%$ betragen würde. Berücksichtigung der zusätzlichen Korrekturen nach § 7d, e würde p^* auf

$$p^*_{\text{exp., korrig.}}\,(1{,}1\ \text{MeV},\ R = L = 5\ \text{mm},\ r = 4{,}7\ \text{mm}) = (8{,}1 \pm 0{,}5)\,\%$$

erhöhen, was nun praktisch mit dem entsprechenden berechneten Wert $p_R^* = 8{,}2\,\%$ (vgl. Fig. 8) zusammenfällt. Bei Berücksichtigung der zuletzt erwähnten Korrekturen scheinen daher die wahren p_0-Werte recht gut mit dem für Tabelle 2 gemachten Ansatz übereinzustimmen. Um die Diskrepanz gegenüber den theoretischen Photoquerschnitten nach Hulme et al.[8]) abzuklären, wäre vor allem eine wesentlich genauere Untersuchung der Kollimatorstreuung erforderlich.

Herrn Prof. Dr. P. Scherrer möchten wir für die Unterstützung dieser Arbeit unseren herzlichen Dank aussprechen. Dr. H. Mähly hat uns nützliche Anregungen für die numerische Auswertung der Integrale in § 4 gegeben; ferner sind wir Herrn W. Beusch für die Ausführung vieler Kontrollrechnungen zu grossem Dank verpflichtet.

Literaturverzeichnis.

[1]) R. Hofstadter, Phys. Rev. **74**, 100 (1948).

[2]) J. A. Mc Intyre und R. Hofstadter, Phys. Rev. **78**, 617 (1950); Pringle et al., Phys. Rev. **78**, 627 (1950); P. R. Bell und W. H. Jordan, Phys. Rev. **79**, 392 (1950); S. A. E. Johannson, Nature **165**, 396 (1950).

[3]) Vorläufige Mitteilungen: D. MAEDER und V. WINTERSTEIGER, Helv. Phys. Acta **25**, 465 (1952); Phys. Rev. **87**, 537 (1952).
[4]) H. I. WEST, W. E. MEYERHOF und R. HOFSTADTER, Phys. Rev. **81**, 141 (1951); N. M. MILLER und R. G. WILKINSON, Phys. Rev. **82**, 981 (1951).
[5]) T. B. NOVEY, Phys. Rev. **89**, 672 (1953).
[6]) D. MAEDER und V. WINTERSTEIGER, Physica **18**, 1147 (1952).
[7]) J. G. CAMPBELL und A. J. F. BOYLE, Austral. J. Phys. **6**, 171 (1953).
[8]) H. R. HULME, J. MC DOUGALL, R. A. BUCKINGHAM und R. H. FOWLER, Proc. Roy. Soc. A **149**, 131 (1935).
[9]) W. BEUSCH (Diplomarbeit ETH., 1954).
[10]) D. MAEDER, Helv. Phys. Acta **20**, 139 (1947); D. MAEDER, P. HUBER und A. STEBLER, Helv. Phys. Acta **20**, 230 (1947).
[11]) O. KLEIN und Y. NISHINA, Z. Phys. **52**, 853 (1929).
[12]) J. A. VICTOREEN, J. App. Phys. **20**, 1141 (1949).
[13]) C. M. DAVISSON und R. D. EVANS, Rev. Mod. Phys. **24**, 79 (1952).
[14]) G. R. WHITE, Nat. Bur. Stand. Report Nr. 1003 (Mai 1952).
[15]) P. DEBYE, Phys. Z. **31**, 419 (1930); W. HEISENBERG, Phys. Z. **32**, 737 (1931); L. BEWILOGUA, Phys. Z. **32**, 740 (1931).
[16]) G. A. MORTON und J. A. MITCHELL, Nucleonics **4**, Heft 1, 16 (1949).
[17]) Symposium über Szintillationszähler, Nucleonics **10**, Heft 3, 32 (1952).
[18]) Y. NISHINA, Z. Phys. **52**, 869 (1929); W. HEITLER, The Quantum Theory of Radiation (Oxford 1944).
[19]) E. JAHNKE und F. EMDE, Funktionentafeln (B. G. Teubner, Leipzig 1933).
[20]) S. P. OWEN, Phil. Mag. [6] **47**, 736 (1924).
[21]) R. HOFSTADTER und J. A. MC INTYRE, Phys. Rev. **79**, 389 (1950).
[22]) C. I. BORKOWSKI und R. L. CLARK, Rev. Sci. Instr. **24**, 1046 (1953).
[23]) Eine Beschreibung erscheint in Nucleonics.
[24]) D. MAEDER und H. MEDICUS, Helv. Phys. Acta **23** (Suppl. III), 175 (1950).
[25]) J. BRUNNER, O. HUBER, R. JOLY und D. MAEDER, Helv. Phys. Acta **26**, 588 (1953); E. GENEUX, Diplomarbeit ETH. 1953 (unveröffentlicht).
[26]) J. M. HOLLANDER, I. PERLMAN und G. T. SEABORG, Rev. Mod. Phys. **25**, 469 (1953).
[27]) R. H. MILLER und R. SHERR, Bul. Am. Phys. Soc. **28**, Nr. 4, Abstract F4 (1953).
[28]) A. MUKHERJEE und P. PREISWERK, Helv. Phys. Acta **25**, 387 (1952).
[29]) W. E. MEYERHOF, L. G. MANN und H. I. WEST Jr. (unveröffentlicht, zitiert in [26])).
[30]) J. Y. MEI, A. C. G. MITCHELL und D. J. ZAFFARANO, Phys. Rev. **76**, 1883 (1949).
[31]) P. E. CAVANAGH, Phys. Rev. **82**, 791 (1951); P. E. CAVANAGH, J. F. TURNER, D. V. BOOKER und H. J. DUNSTER, Proc. Roy. Soc. (London) **64A**, 13 (1951).
[32]) P. HUBERT, C. R. Acad. Sci., Paris **232**, 2201 (1951).