Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 29 (1956)

Heft: I

Artikel: Modellunabhängige Beschreibung von Modulationseffekten bei der Kerninduktion

Autor: Halbach, K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-112693

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Modellunabhängige Beschreibung von Modulationseffekten bei der Kerninduktion

von **K. Halbach.**
Physikalisches Institut der Universität Fribourg.

(8. XII. 55.)

Zusammenfassung: Es wird eine vom Modell sowie vom Modulationsverfahren unabhängige Beziehung für die Diskussion von Modulationseffekten abgeleitet. Für cos-Modulation mit kleiner Amplitude führt diese zu einem sehr einfachen und übersichtlichen Ausdruck für die durch Modulationseffekte modifizierten Signalformen. Für grosse Modulationsfrequenz wird, unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten, eine ebenfalls modellunabhängige Darstellung der Kerninduktionssignale abgeleitet, die besonders für die experimentelle Technik in der hochauflösenden Kerninduktionsspektroskopie von Bedeutung ist.

1. Einleitung.

In den letzten Jahren ist eine ganze Reihe von Untersuchungen[1–5]) über die bei der Kerninduktion auftretenden Modulationseffekte durchgeführt worden. Allen theoretischen Betrachtungen ist folgendes Merkmal gemeinsam: sie gehen entweder von den Blochschen Differentialgleichungen[6]) oder einem Ansatz über die Wechselwirkung der Kerne untereinander und mit ihrer Umgebung aus, d. h. es wird immer ein spezifisches Modell zugrunde gelegt. Für das Verständnis der diskutierten Vorgänge sowie für deren praktische Anwendung ergeben sich daher zwangsläufig folgende Unzulänglichkeiten:

a) Nach durchwegs langwierigen Rechnungen erhält man explizite Ausdrücke für die bei den verschiedenen Versuchsbedingungen zu erwartenden Signalformen. Da diese Endformeln meist relativ kompliziert sind, lassen sich allgemeine Bildungsgesetze nur schwer erkennen.

b) Es ist aus den Endformeln nicht ersichtlich, wie stark Dispersions- und Absorptions-Anteil der Suszeptibilität am Zustandekommen eines Signals beteiligt sind.

c) Die bestehenden Theorien sind nur auf diejenigen Experimente anwendbar, die sich durch das zugrunde gelegte Modell beschreiben lassen. Damit ist besonders eine allgemeine Erfassung von Modulationseffekten bei aufgespaltenen Kerninduktionssignalen ausgeschlossen.

Aus diesen Gründen soll im folgenden eine modellfreie Beschreibung der Modulationseffekte gegeben werden. Entsprechend diesem so allgemein gesetzten Ziel muss dabei, wenigstens im ersten Teil, vorausgesetzt werden, dass das auf die Kerne einwirkende Hochfrequenzfeld so klein ist, dass die von den betrachteten Kernen herrührende Suszeptibilität als unabhängig von der Amplitude des Hochfrequenzfeldes angesehen werden kann, d. h. die Gesamtheit der betrachteten Kerne wird als lineares System behandelt. Man muss also, wie es ohne Bezugnahme auf ein Modell nicht anders möglich ist, auf die Beschreibung von Sättigungseffekten verzichten. Dafür sind aber andererseits die Resultate auf alle linearen Systeme anwendbar, z. B. auf reine Quadrupolresonanz, paramagnetische Resonanz, aber auch auf akustische Messungen, und die hier gewonnenen Resultate lassen sich direkt auf derartige Versuchsanordnungen übertragen.

2. Ableitung einer allgemeinen Beziehung zur Beschreibung von Modulationseffekten.

Ist $M(t)$ die Grösse der in die Beobachtungsrichtung weisenden Komponente des Polarisationsvektors der untersuchten Kerne, so ist zunächst eine Beschreibung des Kernsystems gegeben durch das spezielle Signal $M(t)$, das man erhält, wenn die Hochfrequenzfeldstärke $H_1(t) = \delta(t)$ ist:

$$H_1(t) = \delta(t) \longrightarrow M(t) = f(t).$$

Legt man ein beliebiges Hochfrequenzfeld $H_1(t)$ an, so ist wegen der vorausgesetzten Linearität das Superpositionsprinzip anwendbar, und es wird

$$M(t) = \int_0^\infty f(y)\, H_1(t-y)\, dy. \tag{1}$$

Macht man speziell $H_1(t) = e^{i\omega t}$, so erhält man aus (1):

$$M(t) = e^{i\omega t} \cdot \int_0^\infty f(y)\, e^{-i\omega y} dy \equiv e^{i\omega t} \cdot F(\omega) \tag{2a}$$

und es gilt natürlich auch die Umkehrformel

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t}\, d\omega. \tag{2b}$$

$F(\omega) = F_2(\omega) - iF_1(\omega)$ ist im wesentlichen die Suszeptibilität der beobachteten Kerne (bei kleinem statischem Feld H_0 weicht die bei der Blochschen Methode beobachtete Grösse F etwas von der Sus-

zeptibilität ab) und speziell ist $F_1(\omega)$ für die Energieabsorption verantwortlich, $F_2(\omega)$ stellt die Dispersionskurve dar.

Die experimentell meist durch eine Variation des statischen Magnetfeldes realisierte Modulation wird hier durch ein frequenzmoduliertes Hochfrequenzfeld dargestellt:

$$H_1(t) = \cos \varphi(t) . \tag{3}$$

In dem Spezialfall der später behandelten cos-förmigen Modulation wäre also beispielsweise:

$$\left.\begin{aligned} \varphi(t) &= \omega_0 t + \beta \sin u ; \quad & u &= \omega_M \cdot t \\ \dot{\varphi}(t) = \omega(t) &= \omega_0 + \alpha \cos u ; \quad & \alpha &= \omega_M \cdot \beta . \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Diese Beschreibung der Modulation des statischen Magnetfeldes durch ein frequenzmoduliertes Hochfrequenzfeld ist sicher immer dann statthaft, wenn die Modulationsamplitude klein ist gegenüber dem statischen Feld (bzw. wenn der Frequenzhub klein ist gegenüber der Frequenz), eine Bedingung, die in der Praxis im allgemeinen erfüllt ist.

Setzt man (3) in (1) ein, so wird

$$M(t) = \int_0^\infty f(y) \cdot \cos \varphi(t-y) \cdot dy . \tag{5}$$

Im Experiment erhält man durch H. F.-Demodulation die Amplitude $A(t)$ von $M(t)$. Dieser Vorgang lässt sich nachbilden durch Multiplikation von (5) mit $\cos \varphi(t)$ bzw. $\sin \varphi(t)$ und anschliessende Integration über eine Periode $2\pi/\omega$; dabei entspricht die Multiplikation mit $\cos \varphi$ ($\sin \varphi$) der Demodulation zur Registrierung eines Dispersions- (Absorptions)-Signals. Da $M(t)$ eine reelle Grösse ist, erhält man beide Demodulationsarten einfacher durch Multiplikation mit $e^{-i\varphi(t)}$ und nachfolgende Integration:

$$A(t) = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \int_{-\pi/\omega}^{\pi/\omega} M(t+x) \cdot e^{-i\varphi(t+x)} dx . \tag{6}$$

Der Realteil von $A(t)$ gibt also das bei Dispersionsdemodulation zu erwartende Signal wieder, der Imaginärteil dasjenige für Absorptionsdemodulation.

Setzt man (5) in (6) ein und vertauscht die Reihenfolge der Integration, so erhält man:

$$A(t) = \frac{\omega}{4\pi} \int_0^\infty \int_{-\pi/\omega}^{\pi/\omega} f(y) \left[e^{i\varphi(t+x-y)} + e^{-i\varphi(t+x-y)}\right] e^{-i\varphi(t+x)} \cdot dx\, dy . \tag{7}$$

Darin führt das zweite Glied in der Klammer zu einem mit der doppelten Frequenz des angelegten Wechselfeldes variierenden Beitrag und kann somit weggelassen werden. Entwickelt man weiter den Integranden nach x, so genügt unter der Voraussetzung

$$\pi^2 \,|\, \ddot{\varphi}(t-y) - \ddot{\varphi}(t) \,|\, / 6\,\omega^2 \ll 1 \tag{8a}$$

$$\pi^2 \left(\dot{\varphi}(t-y) - \dot{\varphi}(t)\right)^2 / 6\,\omega^2 \ll 1 \tag{8b}$$

das erste Glied dieser Entwicklung und man erhält als allgemeine Beziehung für die Diskussion von Modulationseffekten:

$$A(t) = \frac{1}{2} \int_0^\infty f(y) \cdot B(t, y)\, dy \tag{9a}$$

$$B(t, y) = e^{i[\varphi(t-y) - \varphi(t)]}. \tag{9b}$$

Bei der Kontrolle, ob die Gleichungen (8) erfüllt sind, ist in gewissen Fällen (z. B. für $\omega(t) = \omega_0 + kt$) zu berücksichtigen, dass wegen (2b) für $y \gtrsim 3/\Delta\omega$ ($\Delta\omega$ = Linienbreite) $f(y)$ sehr klein wird und somit die grösseren Werte von y in (7) nur noch einen kleinen Beitrag liefern, d. h. die Gleichungen (8) müssen nur für $y \lesssim 3/\Delta\omega$ erfüllt sein.

3, cos-Modulation mit kleiner Amplitude und beliebiger Frequenz.

Setzt man den der cos-Modulation entsprechenden Ausdruck (4) in (9b) ein, so erhält man mit der Abkürzung $v = \omega_M y$:

$$B(t, y) = e^{-i\,\omega_0 y} \cdot e^{i\beta\,[\sin(u-v) - \sin u]}. \tag{10}$$

Wegen der vorausgesetzten Kleinheit der Modulation kann man in (10) den zweiten Faktor nach dem Exponenten entwickeln. Bei dieser Entwicklung ist zu berücksichtigen, dass wegen der nachfolgenden N. F.-Demodulation in $A(t)$ und somit auch in $B(t,y)$ nur die zu $\sin u$ und $\cos u$ proportionalen Glieder von Interesse sind. Bei der Entwicklung von (10) drückt man die trigonometrischen Funktionen zweckmässig durch Exponentialfunktionen aus und man erhält für den $\sin u$ und $\cos u$ enthaltenden Anteil $B_1(t,y)$:

$$B_1(t, y) = e^{-i\,\omega_0 y} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\beta/2)^{2m+1}}{m!\,(m+1)!} \cdot \left(e^{-i\,v/2} - e^{i\,v/2}\right)^{2m} \times$$
$$\times \left[\left(e^{-i\,v} - e^{i\,v}\right) \cos u + i \cdot \left(e^{-i\,v/2} - e^{i\,v/2}\right)^2 \sin u\right]. \tag{11}$$

Bevor man (11) in (9a) einsetzt ist es nützlich, sich zu vergegenwärtigen, dass, mit der beliebigen reinen Zahl z, nach (2a) gilt:

$$\int_0^\infty f(y)\,\frac{e^{-izv}-e^{izv}}{2z\omega_M}\,e^{-i\omega_0 y}\,dy=\frac{F(\omega_0+z\omega_M)-F(\omega_0-z\omega_M)}{2z\omega_M}=DF(\omega_0)\,.$$

Hierin bedeutet $DF(\omega_0)$ den ersten Differenzenquotienten von $F(\omega_0)$. Analog gibt es bei einem Produkt von n Faktoren der Form $(e^{-izv}-e^{ivz})/2z\omega_M$ den n-ten Differenzenquotienten von $F(\omega_0)$, so dass man aus (11) und (9a) erhält:

$$A_1(t)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(\alpha/2)^{2m+1}}{m!\,(m+1)!}\left[D^{2m+1}\cdot\cos\omega_M t+i\cdot\frac{\omega_M}{2}D^{2m+2}\cdot\sin\omega_M t\right]F(\omega_0)\,. \tag{12}$$

Die expliziten Ausdrücke für die Differenzenquotienten lauten

$$D^{2m+1}F(\omega_0)=\frac{(-1)^{m+1}}{2\omega_M^{2m+1}}\sum_{n=1}^{m+1}(-1)^n\cdot\frac{n}{m+1}\binom{2m+2}{m+1+n}\times$$
$$\times\left[F(\omega_0+n\omega_M)-F(\omega_0-n\omega_M)\right]$$

$$D^{2m+2}F(\omega_0)=\frac{(-1)^{m+1}}{\omega_M^{2m+2}}\times$$
$$\times\left\{\binom{2m+2}{m+1}\cdot F(\omega_0)+\sum_{n=1}^{m+1}(-1)^n\binom{2m+2}{m+1+n}\left[F(\omega_0+n\omega_M)+F(\omega_0-n\omega_M)\right]\right\}.$$

Bemerkenswert ist an (12) die für ein qualitives Verständnis der Signalformen wesentliche Einfachheit. Beobachtet man etwa bei 0^0-N. F.-Demodulation und genügend kleiner Modulationsamplitude, so registriert man bei mit der Linienbreite vergleichbarer Modulationsfrequenz anstatt des ersten Differentialquotienten den ersten Differenzenquotienten der Suszeptibilität. So ist z. B. das Zustandekommen des in Fig. 3 von [4]) dargestellten Signals qualitativ sofort klar. Weiter ist für die Anwendung von (12) noch angenehm, dass auch der Einfluss der höheren Potenzen von α leicht ersichtlich ist, was bei den bisherigen Betrachtungen für kleine ω_M nicht der Fall war.

Wegen der hier gewählten Nachbildung der H.F.-Demodulation (6) folgt aus dem in (12) bei $\sin\omega_M t$ stehenden Faktor i, dass z. B. bei einer H.F.-Demodulation zur Aufnahme eines Dispersionssignals und 90^0-N.F.-Demodulation ein Signal registriert wird, das ausschliesslich durch den Absorptionsanteil der Suszeptibilität gegeben ist. Auch dieses Resultat lässt sich den bisher durchgeführten Rechnungen nicht entnehmen, da dort nur die expliziten Ausdrücke für die unter den verschiedenen Versuchsbedingungen zu erwarten-

den Signalformen in Erscheinung traten und somit eine derartige Zuordnung unmöglich machten.

Macht man die Modulationsfrequenz gross gegenüber der Linienbreite, so folgt aus (12) das Auftreten einer Serie von getrennten, undifferenzierten Absorptions- und Dispersionssignalen. Da bei diesen Versuchsbedingungen auch grosse Modulationsamplituden von Vorteil sein können, soll im folgenden Abschnitt die Darstellung der zu erwartenden Signale für beliebige α bzw. β gegeben werden.

4. cos-Modulation mit beliebiger Amplitude und grosser Frequenz.

Auch hier kann man wieder von (10) ausgehen, jedoch ist es zweckmässiger, einen anderen Weg einzuschlagen, der auch die Erfassung von Sättigungseffekten ermöglicht.

Mit Hilfe der Entwicklung von $e^{i\beta \sin u}$ nach e^{iu} erhält man aus (3) und (4) für die Hochfrequenzfeldstärke

$$H_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \left(e^{i(\omega_0 + n\omega_M)t} + e^{-i(\omega_0 + n\omega_M)t}\right). \tag{13}$$

Darin bedeuten $J_n(\beta)$ Besselfunktionen erster Art.

Mit (2a) erhält man aus (13)

$$M(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \times$$
$$\times \left[F(\omega_0 + n\omega_M)\, e^{i(\omega_0 + n\omega_M)t} + F(-\omega_0 - n\omega_M)\, e^{-i(\omega_0 + n\omega_M)t}\right]. \tag{14}$$

Ist die Modulationsfrequenz gegenüber der Linienbreite genügend gross, so übt von dem durch (13) dargestellten Spektrum von amplituden- und frequenzkonstanten Hochfrequenzfeldern nur eine einzige Komponente eine Wirkung auf das Kernsystem aus. Daher ist es unter dieser Voraussetzung nicht mehr notwendig, sich auf kleine Amplituden des Wechselfeldes zu beschränken, sondern man kann in (14) die durch

$$H_1(t) = h \cdot \cos \omega_0 t \longrightarrow M(t) = h\left[F(\omega_0; h)\, e^{i\omega_0 t} + F(-\omega_0; h)\, e^{-i\omega_0 t}\right]/2$$

definierbare, feldstärkeabhängige Suszeptibilität einführen. Diese, die Sättigung und damit nichtlineare Eigenschaften des Kernsystems beschreibende Grösse, kann natürlich prinzipiell nicht in der Weise wie $F(\omega)$ eingeführt werden, was sich beispielsweise darin äussert, dass die aus (2) leicht entnehmbaren Kramers-Kronigschen Beziehungen für $F(\omega, h)$ nicht mehr gelten.

Bei der Berechnung von $A(t)$ nach (6) kann auch hier wieder das zweite Glied in der Klammer von (14) weggelassen werden. Ebenso

kann man sich bei der Entwicklung nach x wieder mit dem konstanten Glied begnügen und erhält dann:

$$A(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) J_m(\beta) F\big(\omega_0 + n\omega_M; J_n(\beta)\big) \cdot e^{i(n-m)\omega_M t}.$$

Wegen der nachfolgenden N.F.-Demodulation sind auch hier nur die zu $\sin \omega_M t$ und $\cos \omega_M t$ proportionalen Beiträge von Interesse und es wird:

$$A_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\big(\omega_0 + n\omega_M; J_n(\beta)\big) \times$$

$$\times \left[K_{n;\,0^0} \cdot \cos \omega_M t + i \cdot K_{n;\,90^0} \cdot \sin \omega_M t\right] \tag{15a}$$

$$K_{n;\,0^0} = J_n(\beta) \cdot \big(J_{n-1}(\beta) + J_{n+1}(\beta)\big) = \frac{2n}{\beta} J_n^2(\beta) \tag{15b}$$

$$K_{n;\,90^0} = J_n(\beta) \cdot \big(J_{n-1}(\beta) - J_{n+1}(\beta)\big) = \frac{dJ_n^2(\beta)}{d\beta}. \tag{15c}$$

Ist die Hochfrequenzamplitude genügend klein, so kann in (15) $F(\omega_0 + n\omega_M;\ J_n(\beta))$ durch $F(\omega_0 + n\omega_M)$ ersetzt werden und die oben gestellte Bedingung über die Grösse von ωF entfällt.

Die durch (15b), (15c) gegebenen Koeffizienten sowie die für Sättigungsexperimente wichtigen Grössen J_n sind in den Fig. 1—3 wiedergegeben. Bei 0^0 N.F.-Demodulation tritt an der eigentlichen Resonanzstelle, also für $n = 0$, kein Signal auf, was auch schon aus (12) hervorgeht. Dagegen ist es (12) nicht direkt anzusehen, dass bei 0^0 N.F.-Demodulation alle oberhalb bzw. unterhalb der Resonanzfrequenz ($n < 0$ bzw. $n > 0$) erscheinenden Signale das gleiche Vorzeichen haben. Über die bei 90^0 N.F.-Demodulation

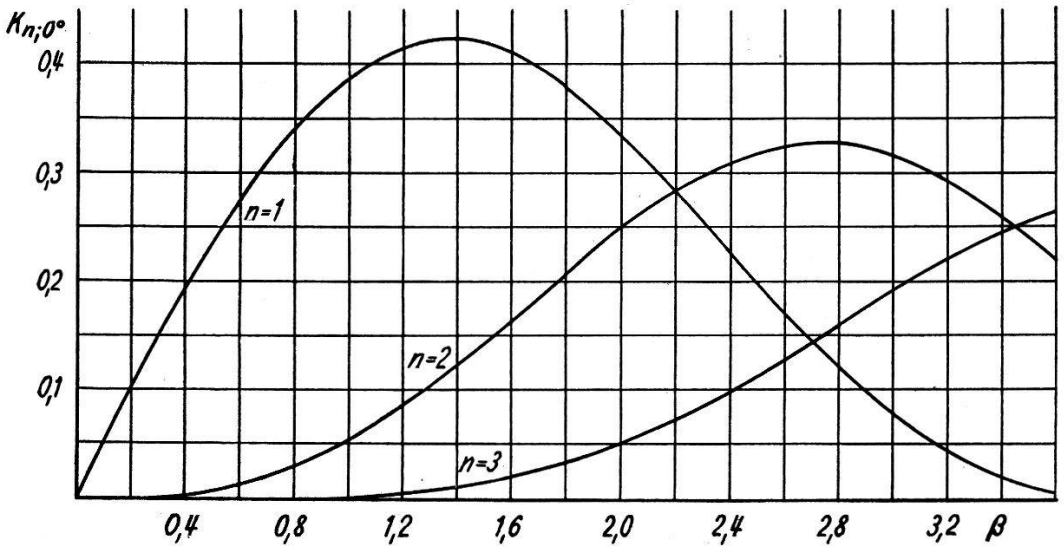

Fig. 1.
Signalamplituden für 0^0 NF-Demodulation.

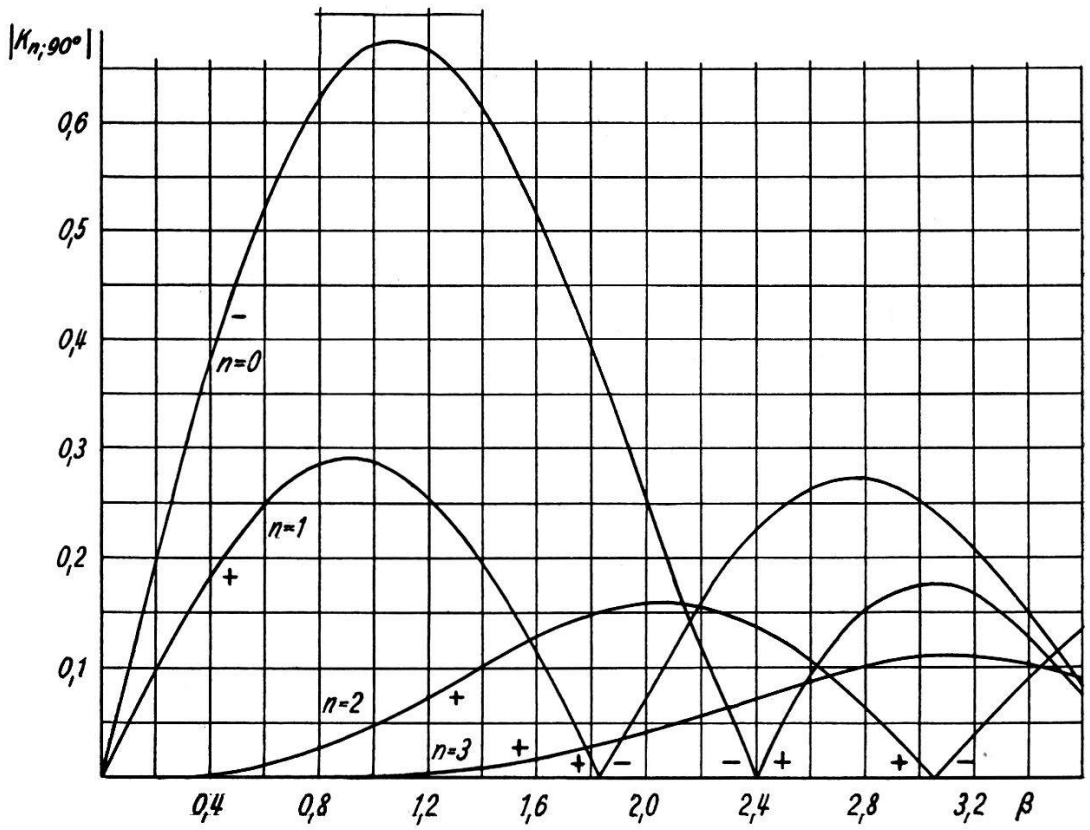

Fig. 2.

Signalamplituden für 90° NF-Demodulation.
(Die Vorzeichen von $K_{n;\,90^0}$ sind durch + ; − angedeutet.)

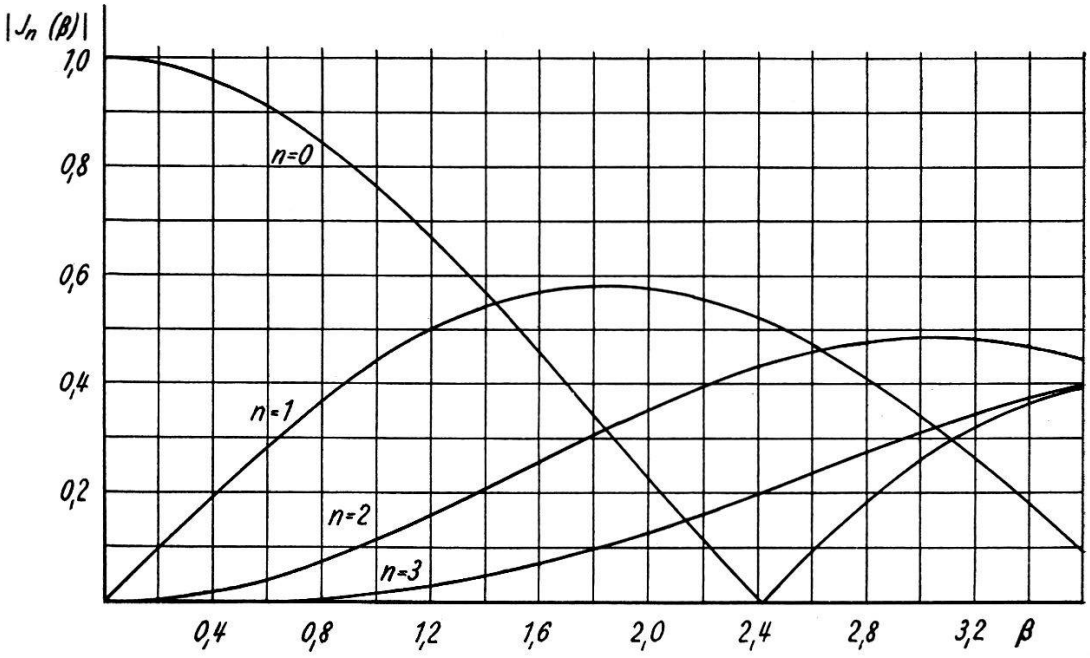

Fig. 3.

Koeffizienten zur Bestimmung der Sättigung.

registrierten Signaltypen gilt natürlich auch das in Anschluss an (12) Gesagte.

Die Gleichungen (15) können besonders für die hochauflösende Kerninduktionsspektroskopie von praktischer Bedeutung sein: Hier ist es naheliegend, zu dem statischen Aufnahmeverfahren überzugehen, da es aus apparativen Gründen bei sehr schmalen Linien nahezu unmöglich ist, die Modulationsfrequenz so klein zu machen, dass in (12) die Differenzenquotienten in guter Näherung durch Differentialquotienten ersetzt werden können. Macht man dagegen die Modulationsfrequenz genügend gross gegenüber dem gesamten Linienkomplex, so registriert man nach (15) eine Folge von gleichen Signalen, wie sie beim statischen Verfahren einmal auftreten. Man erhält also, mit Einschluss von Sättigungseffekten, die gleichen Aussagen wie bei einer Apparatur ohne Modulation, ohne jedoch die dort auftretenden Abgleich- und Stabilitätsschwierigkeiten zu haben.

Da bei dem hier besprochenen oder auch bei anderen Modulationsverfahren Zweifel darüber aufkommen könnten, ob die „Feldhomogenisierung" mittels rotierender Probe[7][8]) auch dann angewendet werden kann, wenn die Modulationsfrequenz gross ist gegenüber der Rotationsfrequenz der Probe, soll diese Frage im folgenden Abschnitt noch kurz diskutiert werden.

5. Feldhomogenisierung durch Rotation der Probe.

Fasst man die sich in einem kleinen Bereich der rotierenden Probe befindenden Kerne ins Auge, so bewegen sich diese, bei Vernachlässigung der Diffusion, auf einem Kreise. Wegen der Inhomogenität des statischen Magnetfeldes hat dies zur Folge, dass dem zeitlichen Mittelwert des Magnetfeldes ein nach Fourier entwickelbares Wechselfeld überlagert ist: ($\omega_R/2\pi$ = Rotationsfrequenz)

$$H_{\text{stat.}} = \bar{H} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta H_n \cdot \cos n(\omega_R t + \delta_n) .$$

Diese Modulation des statischen Magnetfeldes lässt sich auch wieder durch eine Frequenzmodulation beschreiben. Bezeichnet man mit $\varphi_0(t)$ die Phase des hochfrequenten Wechselfeldes, wobei für das statische Magnetfeld dessen Mittelwert einzusetzen ist, das durch die Inhomogenität des Magnetfeldes verursachte Wechselfeld aber nicht berücksichtigt sein soll, so wird, mit der Abkürzung $\eta_n = \gamma \Delta H_n / n\omega_R$ (γ = gyromagnetisches Verhältnis der untersuchten Kerne):

$$\varphi(t) = \varphi_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \cdot \sin n(\omega_R t + \delta_n) .$$

Führt man weiter die Abkürzungen $w = \omega_R t$; $z = \omega_R y$; $B_0 = \exp i(\varphi_0(t-y) - \varphi_0(t))$ ein, so wird nach (9b):

$$B(t;y) = B_0 \cdot e^{-i \sum_{n=1}^{\infty} 2\eta_n \sin \frac{nz}{2} \cdot \cos n\left(w + \delta_n - \frac{z}{2}\right)}$$

$$B(t;y) = B_0 \left[1 - i \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \sin \frac{nz}{2} \cdot \cos n\left(w + \delta_n - \frac{z}{2}\right) - 2 \times \right.$$
$$\left. \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \sin \frac{nz}{2} \cos\left(w + \delta_n - \frac{z}{2}\right)\right)^2 + \cdots\right].$$

Da die auf dem gleichen Kreise umlaufenden Kerne wegen ihrer räumlichen Verteilung alle möglichen Phasenverschiebungen δ_n haben, ist zur Erfassung der Wirkung aller dieser Kerne δ_n durch $\delta_n + \varepsilon$ zu ersetzen und dann über ε von 0 bis 2π zu integrieren. Man erhält also:

$$\int_0^{2\pi} B(t;y)\, d\varepsilon = 2\pi \cdot B_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n^2 (1 - \cos nz) + \cdots\right].$$

Da über $\varphi_0(t)$ nichts vorausgesetzt werden musste, folgt daraus, dass ganz unabhängig vom verwendeten Modulationsverfahren die Feldhomogenisierung durch Rotation der Probe sicher dann möglich ist, wenn

$$\sum_{n=1}^{\infty} \eta_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^2 \Delta H_n^2 / n^2 \omega_R^2 \ll 2.$$

Abschliessend möchte ich Herrn Prof. Dr. P. Huber dafür danken, dass er mir die Möglichkeit zur Durchführung von Experimenten im Physikalischen Institut der Universität Basel gegeben hat.

Literatur.

1) R. Karplus, Phys. Rev. **73**, 1027 (1948).
2) B. Smaller, Phys. Rev. **83**, 812 (1951).
3) J. Burgess und R. Brown, Rev. Scient. Instr. **23**, 334 (1952).
4) K. Halbach, Helv. Phys. Acta **27**, 259 (1954).
5) A. Redfield, Phys. Rev. **98**, 1787 (1955).
6) F. Bloch, Phys. Rev. **70**, 460 (1946).
7) F. Bloch, Phys. Rev. **94**, 496 (1954).
8) W. Anderson und J. Arnold, Phys. Rev. **94**, 497 (1954).